

Werk

Jahr: 1976

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 Z NAT 2148:42

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN1015067948_0042

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948_0042

LOG Id: LOG_0053

LOG Titel: Seismische Oberflächenwellen

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN1015067948

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=1015067948>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Review Article

Seismische Oberflächenwellen*

D. Seidl¹ und S. Müller²

¹ Seismologisches Zentralobservatorium Gräfenberg, Krankenhausstr. 1, D-8520 Erlangen, Bundesrepublik Deutschland

² Institut für Geophysik der Eidgenössischen Technischen Hochschule, ETH-Hönggerberg, Postfach 266, CH-8049 Zürich, Schweiz

Seismic Surface Waves

Abstract. The wide field of seismic surface waves is reviewed emphasising the essential aspects in theory and observation. After a recapitulation of the relevant theory for the propagation of these waves in model structures, such as a layered elastic halfspace and a layered elastic sphere, the effects of anelasticity and heterogeneity are briefly discussed. A presentation of the common methods of observational techniques and data analysis is followed by a short summary of inversion procedures which permit the determination of model parameters from dispersion and absorption measurements. In order to obtain a realistic and meaningful interpretation of the observations, the data must be regionalized for different tectonic provinces. Selected examples are presented for Europe which demonstrate that there must exist pronounced lateral variations in the structure of the crust and upper mantle.

Key words: Seismology – Surface waves – Europe, crust and upper mantle structure.

1. Einleitung

Erdbeben und Explosionen regen seismische Wellen an, die sich sowohl durch das Erdinnere als auch entlang der Erdoberfläche ausbreiten. Zeichnet man den zeitlichen Verlauf derartiger Bewegungsvorgänge mit einem Seismographen auf, so folgen auf die ersten Signaleinsätze mit kleinen Amplituden und sehr kurzen Perioden Wellenzüge mit sehr viel größeren Amplituden und wesentlich längeren Perioden, die das Seismogramm eindeutig beherrschen. Die Vorläuferwellen, die mit einer Kompressions- und einer nachfolgenden Scherungsbeanspruchung des Materials verbunden sind, entstehen gleichzeitig im Erdbebenherd und durch-

* Vom Vorstand der DGG erbetener Übersichtsartikel. Mitteilung Nr. 94 aus dem Institut für Geophysik der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich

dringen räumlich das Innere der Erde. Anders kommt die Hauptphase der aufgezeichneten Bewegung zustande. Ändern sich die elastischen Moduln und/oder die Dichte eines festen Mediums – wie der Erde – mehr oder weniger abrupt in einer Koordinatenrichtung (wie z. B. mit der Tiefe), so kann ein Teil der ankommenden Raumwellenenergie gezwungen werden, sich entlang der Trenn- oder Grenzfläche auszubreiten. Im allgemeinen Fall werden dabei die Kompressions- und Scherungsraumwellen (*P*- und *S*-Wellen) miteinander in Wechselwirkung treten. Die resultierende Bewegung konzentriert sich im wesentlichen auf die Umgebung der Grenzfläche, beziehungsweise auf die von solchen Flächen abgegrenzten Schichten, und nimmt mit wachsender Entfernung von den begrenzenden Flächen rasch ab. Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Wellen von der Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte bestimmt wird, hängt die Phasengeschwindigkeit entscheidend von der Eintauchtiefe (d.h. von der Wellenlänge) ab. Man spricht in einem solchen Falle von geometrischer Dispersion, zu der in einem Medium mit anelastischen Defekten noch eine materielle Dispersion hinzukommen kann.

Aus der Tatsache, daß zwischen der Laufzeit der dominierenden Wellenzüge eines Seismogramms und der Entfernung vom Erdbebenherd zu den Beobachtungspunkten an der Erdoberfläche ein linearer Zusammenhang besteht, muß man auf eine zweidimensionale Ausbreitung dieser Wellen entlang der Erdoberfläche schließen. Sie sind offensichtlich spezielle geführte Wellen der oben beschriebenen Art, deren Auftreten mit dem Vorhandensein einer freien Oberfläche zusammenhängt. Man bezeichnet sie deshalb zu recht als Oberflächenwellen.

Seismische Oberflächenwellen (Rayleigh- und Love-Wellen), deren Periodenspektrum über 11 Oktaven reicht, spielen eine bedeutsame Rolle in den Bemühungen um eine systematische Erforschung des Erdinnern. Erst nachdem mit dem Bau leistungsfähiger langperiodischer Seismographensysteme sowie mit der Entwicklung neuer Methoden der Analyse, Inversion, Interpretation und Synthese seismischer Daten auf elektronischen Großrechenanlagen die notwendigen experimentellen und theoretischen Grundlagen geschaffen worden waren, konnte man die Lösung vieler, für die Geophysik wichtiger Probleme in Angriff nehmen.

Es zeigte sich, daß für fortschreitende Oberflächenwellen mit Perioden bis zu 50 s ein mehrfach geschichtetes „Sandwich“-Modell mit ebenen Grenzflächen die oberen Bereiche des Erdkörpers hinreichend gut beschreibt. Für die Ausbreitung von Wellen mit längeren Perioden müssen allerdings die Sphärizität und das Schwerfeld der Erde berücksichtigt werden. Bei Perioden über 10 min spricht man wohl besser von „stehenden“ Oberflächenwellen, das heißt von Eigenschwingungen der Erdkugel. Die möglichen Schwingungsformen eines komplizierten Gebildes wie der Erde sind erwartungsgemäß sehr mannigfaltig: Sie umfassen Sphäroidalschwingungen (mit einer Grundperiode von knapp 54 min) und Torsionalschwingungen (mit einer Grundperiode von fast 44 min) sowie deren höhere Moden mit entsprechend kürzeren Perioden.

Von besonderer Bedeutung sind diejenigen höheren Moden („Obertöne“), die in der radialen Verteilung der Partikelbewegungen eine oder mehrere Knotenebenen aufweisen. Sie enthalten aufschlußreiche Informationen über die Feinstruktur des Erdmantels, über die Orientierung von Erdbebenbruchflächen sowie

über die Tiefe, Natur und Dynamik von Erdbebenherden. Eine detaillierte Interpretation der höheren Moden von seismischen Oberflächenwellen wird deshalb Gewißheit bringen über die Existenz von Gradientenzonen und Tiefenbereichen mit erniedrigten Geschwindigkeiten in der Kruste und im obersten Mantel. Verlustbehaftete Moden („leaking modes“) können in diesem Zusammenhang ebenfalls wertvolle Anhaltspunkte liefern.

Aus Platzgründen ist es leider nicht möglich, in dieser Übersicht auf Beobachtungen, die Analyse, Inversion und Interpretation der höheren normalen und der verlustbehafteten Moden von Oberflächenwellen einzugehen. Dasselbe gilt für Anisotropie-Effekte, die zur Deutung der beobachteten Phasengeschwindigkeitsdispersion von Love- und Rayleigh-Wellen in manchen Gegenden der Erde angenommen werden müssen. Nicht berücksichtigt werden konnten hier ferner die faszinierenden Kopplungsphänomene zwischen Rayleigh-Wellen und Schallwellen in der Luft bzw. im Meerwasser. Auf die Bedeutung von seismischen Oberflächenwellen bei der Untersuchung von Vorgängen in Erdbebenherden konnte hier ebenfalls nur kurz hingewiesen werden. Dieser Fragenkomplex sollte an anderer Stelle ausführlicher behandelt werden.

2. Theorie

Elastischer Halbraum

Es ist zweckmäßig, die Lösung des allgemeinen Ausbreitungsproblems seismischer Oberflächenwellen in einem radialsymmetrischen, anelastischen Modell der Erde in drei Schritten vorzunehmen. Die für die Anwendung wichtigen kinematischen und dynamischen Eigenschaften der Rayleigh- und Love-Wellen sollen zunächst am Modell des geschichteten elastischen Halbraums erläutert und zusammengestellt werden. Diese Ergebnisse werden dann durch Berücksichtigung der sphärischen Gestalt und Anelastizität der Erde schrittweise erweitert. Es soll hier versucht werden, die sehr komplizierten theoretischen Zusammenhänge in möglichst übersichtlicher und kompakter Form darzustellen. Einzelheiten der mathematischen Formulierungen können den Originalarbeiten entnommen werden.

Durch das Modell des geschichteten Halbraums läßt sich jede stückweise stetige Parameterfunktion der Tiefenkoordinate x_3 beliebig genau approximieren. Als Schichtparameter werden dabei im elastischen Fall die Geschwindigkeiten der P - und S -Wellen α_i und β_i , die Dichte ρ_i sowie die Schichtmächtigkeit d_i (i =Schichtindex) vorgegeben. Die von Haskell (1964), Ben-Menahem und Harkrider (1964), Harkrider und Anderson (1966), Saito (1967), Harkrider (1964, 1970) sowie Panza et al. (1973) u. a. entwickelte Theorie des Verschiebungsfeldes einer unbewegten Punktquelle in einem geschichteten elastischen Halbraum führt zu folgendem Ergebnis: Der Oberflächenwellenanteil des Fernfeldes läßt sich in einzelne, dem Herd bzw. dem Ausbreitungsmedium zugeordnete Faktoren separieren, nämlich das Herdspektrum S , den Herdgeometriefaktor $H_{R,L}$, die relative Anregungsfunktion $E_{R,L}$ des Ausbreitungsmediums sowie den komplexen Ausbreitungsfaktor einer zweidimensionalen Welle.

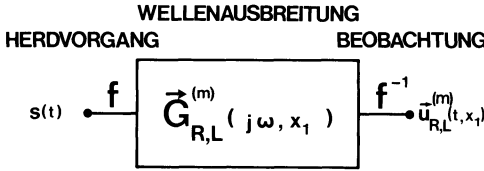


Abb. 1. Blockdiagramm eines linearen Systems, das die Ausbreitung seismischer Oberflächenwellen beschreibt. Die Symbole \mathfrak{F} bzw. \mathfrak{F}^{-1} bedeuten die direkte bzw. inverse Fourier-Transformation

Für die Fourier-Transformierte des Verschiebungsvektors der m -ten Mode der Rayleigh-Welle $\vec{U}_R^{(m)}(j\omega, x_1)$ bzw. Love-Welle $\vec{U}_L^{(m)}(j\omega, x_1)$ gilt an der Oberfläche ($x_3 = 0$) die übersichtliche Darstellung:

$$\begin{aligned} \vec{U}_R^{(m)}(j\omega, x_1) &= \{U_1^{(m)}, 0, U_3^{(m)}\} \\ &= S(j\omega) H_R^{(m)}(\omega, \Theta, h) E_R^{(m)}(\omega) x_1^{-1/2} \\ &\quad \cdot \exp[-jk_R^{(m)}(\omega)x_1] \{1, 0, j/\varepsilon_0^{(m)}(\omega)\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_L^{(m)}(j\omega, x_1) &= \{0, U_2^{(m)}, 0\} \\ &= S(j\omega) H_L^{(m)}(\omega, \Theta, h) E_L^{(m)}(\omega) x_1^{-1/2} \exp[-jk_L^{(m)}(\omega)x_1] \{0, 1, 0\}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Die Indizes 1, 2, 3, bedeuten die radiale, azimutale und vertikale Komponente des Verschiebungsvektors, x_1 die Epizentralentfernung, Θ das Azimut, h die Herdtiefe und ω die Kreisfrequenz.

In der symbolischen Darstellungsweise der linearen Systemtheorie lassen sich die Gleichungen (2.1) und (2.2) durch ein einfaches Blockdiagramm (Abb. 1) veranschaulichen, das den zeitlichen Verlauf des Verschiebungsvektors der m -ten Rayleigh- bzw. Love-Mode in der Entfernung x_1 als Antwortfunktion eines linearen Systems mit der Übertragungsfunktion $\vec{G}_R^{(m)}(j\omega, x_1)$ bzw. $\vec{G}_L^{(m)}(j\omega, x_1)$ auf einen Herdimpuls $s(t)$ mit dem Spektrum $S(j\omega)$ beschreibt.

Aus den Gleichungen (2.1) und (2.2) folgt für die Übertragungsfunktionen $\vec{G}_R^{(m)}(j\omega, x_1)$ bzw. $\vec{G}_L^{(m)}(j\omega, x_1)$:

$$\begin{aligned} \vec{G}_R^{(m)}(j\omega, x_1) &= H_R^{(m)}(\omega, \Theta, h) E_R^{(m)}(\omega) x_1^{-1/2} \exp[-jk_R^{(m)}(\omega)x_1] \{1, 0, j/\varepsilon_0^{(m)}(\omega)\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \vec{G}_L^{(m)}(j\omega, x_1) &= H_L^{(m)}(\omega, \Theta, h) E_L^{(m)}(\omega) x_1^{-1/2} \exp[-jk_L^{(m)}(\omega)x_1] \{0, 1, 0\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Durch Summation über alle Moden (m) und Rücktransformation (\mathfrak{F}^{-1}) in den Zeitbereich folgt für den Verschiebungsvektor \vec{u} in der Epizentralentfernung x_1 :

$$\vec{u}(t, x_1) = \frac{1}{2\pi} \sum_m \int_{-\infty}^{+\infty} S(j\omega) [\vec{G}_R^{(m)}(j\omega, x_1) + \vec{G}_L^{(m)}(j\omega, x_1)] \exp(j\omega t) d\omega. \quad (2.5)$$

Gleichung (2.5) bildet den Ausgangspunkt für die Berechnung synthetischer Seismogramme einer Punktquelle in einem geschichteten elastischen Halbraum. Die relativen Anregungsfunktionen $E_R^{(m)}(\omega)$ und $E_L^{(m)}(\omega)$ in den Gleichungen (2.3) und (2.4) sind Funktionen der Frequenz sowie der Schichtparameter, aber un-

abhängig von Herdtiefe und Herdmechanismus:

$$E_R^{(m)}(\omega) = A_R^{(m)}(\omega) [k_R^{(m)}(\omega)]^{-1/2} \varepsilon_0^{(m)}(\omega) \quad (2.6)$$

$$E_L^{(m)}(\omega) = A_L^{(m)}(\omega) [k_L^{(m)}(\omega)]^{-1/2}. \quad (2.7)$$

$\varepsilon_0^{(m)}(\omega)$ bedeutet die Oberflächenelliptizität der m -ten Rayleigh-Mode, d. h. das Verhältnis der radialen zur vertikalen Halbachse der Schwingungsellipse, die der Verschiebungsvektor nach Gleichung (2.1) durchläuft. Die sog. Amplitudenantwortfunktion $A_R^{(m)}(\omega)$ hat eine für das Ausbreitungsmedium charakteristische Form. Sie läßt sich als Fourier-Transformierte der vertikalen Antwortfunktion der m -ten Rayleigh-Mode deuten, die als Wirkung eines δ -Impulses einer vertikalen Oberflächenpunktkraft beobachtet wird. Entsprechendes gilt für $A_L^{(m)}(\omega)$ und eine horizontale Oberflächenpunktkraft. Dabei ist der Einfluß des komplexen Ausbreitungsfaktors nicht berücksichtigt. Die reellen Ausbreitungsfunktionen $k_R(\omega)$ und $k_L(\omega)$ beschreiben die geometrische (d. h. die durch die Randbedingungen erzwungene) Dispersion der Rayleigh- und Love-Wellen. Aus ihnen lassen sich die Phasengeschwindigkeiten

$$c_{R,L}^{(m)}(\omega) = \omega / k_{R,L}^{(m)}(\omega) \quad (2.8)$$

sowie die Gruppengeschwindigkeiten

$$U_{R,L}^{(m)}(\omega) = 1 / [dk_{R,L}^{(m)}(\omega) / d\omega] \quad (2.9)$$

ableiten.

Für den vom Herdmechanismus abhängigen Geometriefaktor $H_{R,L}$ gilt:

$$H_{R,L}^{(m)}(\omega, \Theta, h) = [k_{R,L}^{(m)}(\omega)]^M \exp[-j(2M+1)\pi/4] \chi_{R,L}(\omega, \Theta, h) \quad (2.10)$$

($M=0$ für Punktkraft, $M=1$ für Krätedipol bzw. Doppeldipol).

Die komplexe Abstrahlcharakteristik $\chi_{R,L}$ hat die Form

$$\chi_{R,L}^{(m)}(\omega, \Theta, h) = d_0 + j(d_1 \sin \Theta + d_2 \cos \Theta) + d_3 \sin 2\Theta + d_4 \cos 2\Theta. \quad (2.11)$$

Die Koeffizienten d_l ($l=0, \dots, 4$; die Indizes R, L und m sind der größeren Übersichtlichkeit wegen weggelassen) sind für ein gegebenes Herdmodell Funktionen der Neigungswinkel der Herdfläche sowie bestimmter Linearkombinationen der Elemente der weiter unten eingeführten Bewegungs-Spannungs-Matrix in der Herdtiefe h . Eine Tabelle der Koeffizienten d_l für die Herdmodelle Punktkraft, Krätedipol und Doppeldipol enthält die Arbeit von Harkrider [1970].

Das Problem, die Ausbreitungsfunktionen k_R und k_L , die Amplitudenantwortfunktionen A_R und A_L sowie die komplexen Abstrahlcharakteristiken χ_R und χ_L für eine bestimmte Rayleigh- oder Love-Mode und für ein vorgegebenes Modell des Herdes und des geschichteten Ausbreitungsmediums theoretisch und numerisch zu berechnen, bildet den Gegenstand einer umfangreichen Literatur. Ausgehend von den klassischen Publikationen von Rayleigh (1885), Lamb (1904) und Love (1911) wurden bis 1950 zahlreiche theoretische Arbeiten über die Ausbreitung von Oberflächenwellen in einfachen Schicht-Modellen veröffentlicht. Ein ausführliches Literaturverzeichnis über diesen Zeitraum enthält die Mono-

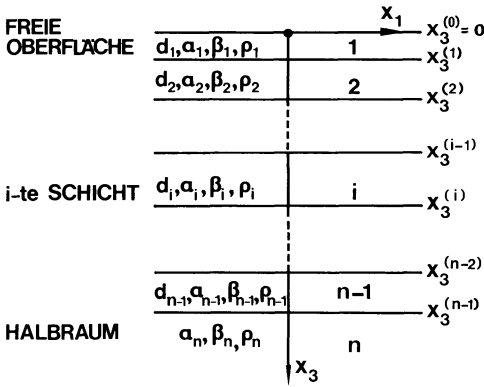


Abb. 2. Orientierung der Koordinatenachsen, Schicht- und Grenzflächenindizierung eines geschichteten elastischen Halbraums. Die Schichtparameter sind: d_i = Schichtmächtigkeit; α_i = P -Geschwindigkeit; β_i = S -Geschwindigkeit; ρ_i = Dichte für die Schicht mit dem Index i ($i = 1, \dots, N$). Die Halbraumparameter sind mit dem Index n bezeichnet

graphie „Elastic Waves in Layered Media“ von Ewing et al. (1957). Eine Behandlung realistischer Mehrschichtmodelle des Erdinnern konnte dagegen erst durch Anwendung der von Thomson (1950) und Haskell (1953) ausgearbeiteten Matrizenmethode sowie durch den Einsatz elektronischer Großrechenanlagen durchgeführt werden.

Die Thomson-Haskellsche Matrizenformulierung liefert eine elegante und für die Programmierung auf EDV-Anlagen geeignete Lösung des Ausbreitungsproblems freier Oberflächenwellen in einem geschichteten elastischen Halbraum. Wegen ihrer Bedeutung sollen die Grundgedanken der Theorie kurz skizziert werden.

Die Matrizenmethode beschreibt den von der x_3 -Koordinate (s. Abb. 2) allein abhängigen Anteil des Verschiebungs-Spannungsfeldes der Rayleigh- bzw. Love-Welle innerhalb der i -ten Schicht durch sog. Bewegungs-Spannungsmatrizen

$$\mathbf{s}_{Ri}(x_3) = \{ \dot{U}_1^{(i)}(x_3)/c_R, \dot{U}_3^{(i)}(x_3)/c_R, P_{33}^{(i)}(x_3), P_{13}^{(i)}(x_3) \}^T \tag{2.12}$$

bzw.

$$\mathbf{s}_{Li}(x_3) = \{ \dot{U}_2^{(i)}(x_3)/c_L, P_{23}^{(i)}(x_3) \}^T \tag{2.13}$$

T bezeichnet die Matrix-Transponierte. \dot{U}_1, \dot{U}_2 und \dot{U}_3 bedeuten die Fourier-Transformierten der radialen, azimutalen und vertikalen Komponente der Schwinggeschwindigkeit in der Tiefe x_3 , P_{13} und P_{23} bzw. P_{33} die entsprechenden Tangential- bzw. Normalspannungen.

Die Fundamentalbeziehung der Thomson-Haskellschen Methode formuliert nun den Zusammenhang zwischen den Bewegungs-Spannungsmatrizen der Rayleigh- bzw. Love-Welle innerhalb der i -ten Schicht ($i = 1, \dots, n - 1$) an den Stellen $x_3 \leq x_3^{(i)}$ (untere Begrenzungsebene der i -ten Schicht) und $x_3 = x_3^{(i-1)}$ (obere Begrenzungsebene der i -ten Schicht; s. Abb. 2) durch die Matrixgleichungen

$$\mathbf{s}_{Ri}(x_3) = \mathbf{a}_{Ri} \mathbf{s}_{Ri}(x_3^{(i-1)}) \quad x_3^{(i-1)} < x_3 \leq x_3^{(i)} \tag{2.14}$$

bzw.

$$\mathbf{s}_{L_i}(x_3) = \mathbf{a}_{L_i} \mathbf{s}_{L_i}(x_3^{(i-1)}) \quad x_3^{(i-1)} < x_3 \leq x_3^{(i)} \quad (2.15)$$

\mathbf{a}_{R_i} bzw. \mathbf{a}_{L_i} sind (4, 4)- bzw. (2, 2)-Matrizen, deren Elemente komplizierte Funktionen der Schichtparameter, der Frequenz sowie der Wellenzahl bzw. Phasengeschwindigkeit sind.

Aus den Randbedingungen der Stetigkeit des Verschiebungs-Spannungsfeldes für die inneren Grenzflächen folgt:

$$\mathbf{s}_{R_i}(x_3^{(i)}) = \mathbf{s}_{R_{i+1}}(x_3^{(i)}) \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (2.16)$$

$$\mathbf{s}_{L_i}(x_3^{(i)}) = \mathbf{s}_{L_{i+1}}(x_3^{(i)}) \quad i = 1, \dots, n-1. \quad (2.17)$$

Aus den Gleichungen (2.14) und (2.15) und den Randbedingungen (2.16) und (2.17) läßt sich ein Zusammenhang zwischen den Bewegungs-Spannungsmatrizen an der freien Oberfläche und an der oberen Begrenzungsebene des Halbraums ableiten:

$$\mathbf{s}_{R_n}(x_3^{(n-1)}) = \mathbf{a}_{R_{n-1}} \dots \mathbf{a}_{R_1} \mathbf{s}_{R_1}(x_3^{(0)}) = \mathbf{p}_R \mathbf{s}_{R_1}(x_3^{(0)}) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{s}_{L_n}(x_3^{(n-1)}) = \mathbf{a}_{L_{n-1}} \dots \mathbf{a}_{L_1} \mathbf{s}_{L_1}(x_3^{(0)}) = \mathbf{p}_L \mathbf{s}_{L_1}(x_3^{(0)}). \quad (2.19)$$

In den Gleichungen (2.18) und (2.19) lassen sich die Randbedingungen an der freien Oberfläche (Verschwinden der Normal- und Tangentialspannungen) unmittelbar berücksichtigen. Daneben müssen die Ausstrahlungsbedingungen im Halbraum erfüllt werden. Sie fordern, daß in den Partikularlösungen der Wellengleichungen für den Halbraum, welche durch Superposition ebener P-SV- bzw. SH-Wellen mit positiven und negativen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in x_3 -Richtung gebildet werden, die Anteile mit negativen Geschwindigkeiten verschwinden müssen. Die Amplituden der Partikularlösungen mit positiven Geschwindigkeiten werden in den (4, 1)- bzw. (2, 1)-Matrizen \mathbf{c}_{R_n} bzw. \mathbf{c}_{L_n} zusammengefaßt. Der Zusammenhang mit den Bewegungs-Spannungs-Matrizen des Halbraums wird durch die Matrizen $\mathbf{E}_{R_n}^{-1}$ bzw. $\mathbf{E}_{L_n}^{-1}$ formuliert, deren Elemente von den Kenngrößen des Halbraums ($\alpha_n, \beta_n, \rho_n$) abhängen:

$$\mathbf{c}_{R_n} = \mathbf{E}_{R_n}^{-1} \mathbf{p}_R \mathbf{s}_{R_1}(x_3^{(0)}) = \mathbf{J}_R \mathbf{s}_{R_1}(x_3^{(0)}) \quad (2.20)$$

$$\mathbf{c}_{L_n} = \mathbf{E}_{L_n}^{-1} \mathbf{p}_L \mathbf{s}_{L_1}(x_3^{(0)}) = \mathbf{J}_L \mathbf{s}_{L_1}(x_3^{(0)}). \quad (2.21)$$

Die Randbedingungen an der freien Oberfläche (Verschwinden der Normal- und Tangentialspannungen) und die Ausstrahlungsbedingungen im Halbraum (Verschwinden der Partikularlösungen mit negativen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in x_3 -Richtung, d.h. keine Energiequellen im Unendlichen) reduzieren die Matrixgleichung (2.20) auf ein homogenes, lineares System von zwei Gleichungen für die Unbekannten $\dot{U}_1(x_3^{(0)})$ und $\dot{U}_3(x_3^{(0)})$. Die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems berechnet sich in einfacher Weise aus den Elementen der Rayleigh-Produktmatrix \mathbf{J}_R . Nullsetzen der zugehörigen Determinante liefert die Dispersionsgleichung

$$F_R(\omega, c) = 0 \quad (2.22)$$

deren reelle Lösungen die Dispersionsfunktionen

$$c_R^{(m)} = c_R^{(m)}(\omega) \quad (2.23)$$

für die Fundamentalmode ($m=0$) und die höheren Moden ($m=1, 2, \dots$) der Rayleigh-Welle ergeben. Durch Lösung des Gleichungssystems läßt sich dann mit Gleichung (2.23) die Oberflächenelliptizität der Rayleigh-Wellen

$$\varepsilon_0^{(m)}(\omega) = \dot{U}_1^{(m)}(x_3^{(0)}) / \dot{U}_3^{(m)}(x_3^{(0)}) \quad (2.24)$$

in Abhängigkeit von der Frequenz berechnen.

Entsprechend vereinfacht sich die Matrixengleichung (2.21) direkt zur Dispersionsgleichung

$$F_L(\omega, c) = 0 \quad (2.25)$$

der Love-Welle. Ihre reellen Lösungen sind die Dispersionsfunktionen

$$c_L^{(m)} = c_L^{(m)}(\omega) \quad (2.26)$$

der einzelnen Love-Moden ($m=1, 2, \dots$).

Die Amplituden-Tiefenfunktionen der Rayleigh- und Love-Wellen lassen sich aus den Gleichungen (2.14) und (2.15) unter Beachtung der Randbedingungen (2.16) und (2.17) und unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.23), (2.24) und (2.26) berechnen. Sie beschreiben die für Oberflächen- und Grenzschichtwellen charakteristische Abhängigkeit der Eindringtiefe des Wellenfeldes von der Frequenz bzw. Wellenlänge. Die zweite, für die Anwendung wichtigste Eigenschaft der Rayleigh- und Love-Wellen ist ihre durch die Schichtung des Untergrundes bedingte geometrische Dispersion. Sie läßt sich strahlengeometrisch durch konstruktive Interferenz ebener P-SV- bzw. SH-Wellen deuten, die in dem als Wellenleiter wirkenden Schichtpaket verlustfrei geführt werden [s. z.B. Tolstoy und Usdin, 1953]. Die mit der Dispersion zusammenhängenden Probleme der Wellenausbreitung und Signalverformung werden im Abschnitt 3 ausführlich diskutiert.

Die Thomson-Haskellsche Matrizenmethode führt also die Berechnung der Dispersionsfunktionen und der Amplituden-Tiefenfunktionen auf die Operationen der Matrizenmultiplikation und der numerischen Lösung transzendenter Gleichungen zurück. Dagegen erfordert die exakte Lösung für einen inhomogenen Halbraum mit stückweise stetigen Parameter-Tiefenfunktionen die Lösung eines Systems von Differentialgleichungen (Gilbert und Backus, 1966) und damit im allgemeinen erheblich längere Rechenzeiten. Die ersten, auf dem Matrizen-Algorithmus basierenden EDV-Programme wurden von Dorman et al. (1960) sowie von Press et al. (1961) beschrieben. Um die bei höheren Moden und Frequenzen auftretenden, durch die endliche Wortlänge der Rechanlage bedingten numerischen Instabilitäten zu umgehen, haben Thrower (1965) und Dunkin (1965) sowie Watson (1970) verschiedene Varianten der Matrizenmethode ausgearbeitet (sog. Δ -Matrix- bzw. reduzierte Δ -Matrix-Darstellung; Pestel und Leckie (1963)). Eine weitere, verallgemeinerte Formulierung der Matrizenmethode für geschichtete Medien wurde von Knopoff (1964) entwickelt. Die Programmierung sowie verschiedene Anwendungsbeispiele der Knopoffschen Methode für Rayleigh-Wellen und P-SV-Raumwellen hat Randall (1967) diskutiert.

Die Erstellung von optimalen Dispersionsprogrammen (d. h. Programmen mit minimaler Rechenzeit bei vorgegebener und kontrollierter Genauigkeit) bildet eine wichtige Voraussetzung für die Inversion von Beobachtungsdaten nach der „Hedgehog“- bzw. „Monte Carlo“-Methode (s. Abschnitt 5). Nach Untersuchungen von Schwab und Knopoff (1970) sowie Schwab (1970) liefern die Knopoffsche Theorie und die reduzierte Δ -Matrix-Darstellung (Watson, 1970) die günstigsten Resultate. Danach beträgt die Rechenzeit auf einer Großrechenanlage (z. B. IBM 360/91) pro Phasengeschwindigkeitswert der Rayleigh-Welle bei 5stelliger Genauigkeit für ein 10-Schichtenmodell etwa 10 ms. Das Problem, die Dispersionsfunktionen der Rayleigh- und Love-Wellen für einen geschichteten elastischen Halbraum zu berechnen, kann demnach theoretisch und numerisch als vollständig gelöst angesehen werden.

Harkrider (1964) hat die Matrizenmethode auf die Berechnung der Amplitudenantwortfunktion und der komplexen Abstrahlcharakteristik erweitert und Tabellen zur schnellen Abschätzung der Amplituden- und Phasenspektren von Rayleigh- und Love-Wellen in Abhängigkeit von der Herdtiefe angegeben (Harkrider, 1970).

Die Abstrahlung von Oberflächenwellen durch bewegte Quellen wurde von Ben-Menahem (1961), Haskell (1964, 1966) u. a. untersucht. In diesem Fall ist das Herdspektrum $S(j\omega)$ in den Gleichungen (2.1) und (2.2) für Rayleigh- und Love Wellen verschieden und hängt von der Ausdehnung des Herdes, von der Bruchgeschwindigkeit sowie von der Vorgeschichte des Bruches ab.

Elastische Kugel

Die Dispersionskurven fortschreitender Rayleigh- bzw. Love-Wellen lassen sich als quasi-kontinuierlicher, asymptotischer Grenzwert des Eigenfrequenzspektrums der sphäroidalen bzw. torsionalen Eigenschwingungen (stehende Wellen) der Erde für hohe Frequenzen interpretieren. Zur Berechnung der Dispersion von Oberflächenwellen in einer radialsymmetrisch geschichteten Erde unter Berücksichtigung des Schwerfeldes können grundsätzlich zwei Verfahren angewendet werden:

(a) Lösung des freien Randwertproblems für die Kugel und Umrechnung der Eigenfrequenzen ${}_n\omega_l$ der sphäroidalen (${}_nS_l$) bzw. torsionalen (${}_nT_l$) Eigenschwingungen in die Phasengeschwindigkeiten der Rayleigh- bzw. Love-Wellen mit der Formel von Jeans (1923).

$$c = {}_n\omega_l \cdot a / (l + 1/2) \quad l > 20 \quad (2.27)$$

(a Erdradius, n radiale Ordnungszahl, l breitenabhängige Ordnungszahl).

Von den zahlreichen Publikationen über Eigenschwingungen und sphärische Oberflächenwellen seien die grundlegenden Arbeiten von Alterman et al. (1959, 1961), Bolt und Dorman (1961) sowie von Gilbert und MacDonald (1960) erwähnt. Zusammenfassende Darstellungen haben Bolt (1964) sowie Takeuchi und Saito (1972) veröffentlicht.

(b) Transformation der geschichteten Kugel in einen geschichteten Halbraum („earth-flattening approximation“), Berechnung der Dispersionskurven mit der

Matrizenmethode und Anwendung der Rücktransformation Kugel-Halbraum. Der Hauptvorteil dieses Verfahrens ist neben der geringeren Rechenzeit die Möglichkeit, Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten für beliebig vorgegebene Perioden zu berechnen. Nach Vorarbeiten von Alterman et al. (1961), Kovach und Anderson (1962), Anderson und Toksöz (1963) u.a. konnten Biswas und Knopoff (1970) die exakte Transformation einer geschichteten Kugel in einen geschichteten isotropen Halbraum für Love-Wellen ableiten. Kausel und Schwab (1973) haben mit Hilfe der „Biswas-Knopoff“-Transformation die Abstrahlung von Love-Wellen durch eine Punktquelle in einer Kugel berechnet. Eine erste Näherung der entsprechenden Transformation für Rayleigh-Wellen wurde von Schwab und Knopoff (1972) sowie von Biswas (1972) angegeben. Schwab und Knopoff (1972) haben in einem Übersichtsartikel vor allem die numerischen Aspekte der Kugel-Halbraum-Transformation ausführlich dargestellt.

Anelastische Modelle

In den bisher betrachteten Modellen wurden die Raumwellengeschwindigkeiten α und β unter Vernachlässigung der Absorption und der materiellen Dispersion der P - und S -Wellen als reelle, frequenzunabhängige Materialgrößen angesetzt. Die Ausbreitung der Rayleigh- und Love-Wellen erfolgt dann verlustfrei mit einer durch die reelle Funktion $k(\omega)$ charakterisierten rein geometrischen Dispersion. Eine erweiterte, die Absorption einschließende Theorie läßt sich formal durch Einführung einer komplexen Ausbreitungsfunktion

$$k^*(\omega) = k(\omega) - j\kappa(\omega) \quad (2.28)$$

entwickeln. Die reelle Ausbreitungsfunktion $k(\omega)$ enthält die Dispersion, der Absorptionskoeffizient $\kappa(\omega)$ die Absorption. Als zweckmäßiges dimensionsloses Dissipationsmaß hat sich der aus der Elektrotechnik entlehnte spezifische Gütefaktor in der Seismologie eingebürgert. Für fortschreitende Wellen gilt:

$$Q_X^{-1}(\omega) = \frac{2\kappa(\omega)}{k(\omega)} = \frac{q(\omega)}{k(\omega) \cdot s(\omega)} \quad (2.29)$$

q bedeutet die pro Volumen- und Zeiteinheit absorbierte Energie, s den Betrag des Vektors der Energiestromdichte.

In Analogie zu Gleichung (2.28) läßt sich eine durch Dissipation abklingende Eigenschwingung durch eine komplexe Frequenz

$$\omega_n^* = \omega_n - j\gamma_n \quad (2.30)$$

mit der reellen Eigenfrequenz ω_n und der Abklingkonstanten γ_n beschreiben. Für den spezifischen Gütefaktor Q_T gilt dann:

$$Q_T^{-1}(\omega_n) = \frac{2\gamma_n}{\omega_n} = \frac{q_n}{\omega_n \cdot e_n} \quad (2.31)$$

q_n bedeutet wieder die pro Zeit- und Volumeneinheit absorbierte Energie, e_n

die Amplitude der Energiedichte für die Eigenschwingung mit der radialen Ordnungszahl n .

Zwischen den Gütefaktoren Q_X und Q_T besteht eine der Jeansschen Formel in Gleichung (2.27) entsprechende Umrechnungsrelation (Brune, 1962; Knopoff et al., 1964; Seidl, 1971):

$$cQ_X = UQ_T. \quad (2.32)$$

In einem geschichteten anelastischen Halbraum treten als neue Schichtparameter die Gütefaktoren Q_{α_i} und Q_{β_i} der P - und S -Wellen auf. Sie lassen sich in erster Näherung als frequenzunabhängige Größen betrachten. Dieser Näherungsansatz ist allerdings weniger durch eine Extrapolation der bei hohen Frequenzen gewonnenen Labordaten begründet (s. z. B. Knopoff, 1964), sondern vielmehr durch die große Streuung der bis heute vorliegenden experimentellen Q -Daten von Oberflächenwellen gerechtfertigt (s. Abschnitt 6). Ebenso kann man aus der Beobachtung scharfer P - und S -Wellenimpulse in großen Epizentralentfernungen schließen, daß die materielle Dispersion der P - und S -Wellen zu vernachlässigen ist, d. h. daß auch die Schichtparameter α_i und β_i in erster Näherung als frequenzunabhängig anzusetzen sind. Theoretische Betrachtungen auf Grund der Kramers-Kronig-Relationen von Futterman (1962) und Lamb (1962) bestätigen diese Annahme.

Die Berechnung der Phasengeschwindigkeit $c(\omega)$ und des spezifischen Gütefaktors $Q_X(\omega)$ der Rayleigh- bzw. Love-Wellen aus den Schichtparametern $\alpha_i, Q_{\alpha_i}, \beta_i, Q_{\beta_i}, \rho_i, d_i$ ($i=1 \dots N$; N Schichtanzahl) liefert in erster linearer Näherung folgendes Resultat (s. z. B. Yamakawa und Sâto, 1964; Anderson und Archambeau, 1964; Anderson et al., 1965; Seidl, 1971): Die mit der Absorption verknüpfte materielle Dispersion ist um einen Faktor von der Größenordnung 10^{-5} kleiner als die geometrische Dispersion $c(\omega)$ des elastischen Halbraums und kann daher in erster Näherung vernachlässigt werden. Für den spezifischen Gütefaktor folgt dann:

$$Q_X^{-1}(\omega) = \frac{1}{c(\omega)} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\alpha_i}{Q_{\alpha_i}} \frac{\partial c(\omega)}{\partial \alpha_i} + \frac{\beta_i}{Q_{\beta_i}} \frac{\partial c(\omega)}{\partial \beta_i} \right]. \quad (2.33)$$

Für Love-Wellen vereinfacht sich Gleichung (2.33), da die partiellen Ableitungen nach den P -Geschwindigkeiten α_i in diesem Fall verschwinden.

Die exakte Berechnung des spezifischen Gütefaktors $Q(\omega)$ und der Dispersionsfunktion $c(\omega)$ von Oberflächenwellen in anelastischen, ebenen und sphärischen Schichtmodellen mit Hilfe der Matrizenmethode wurde erstmals von Schwab und Knopoff (1971, 1972, 1973) durchgeführt. In diesem Fall sind die Dispersionsgleichungen (2.22) und (2.25) komplex. Ihre komplexen Lösungen enthalten die Absorption und die gesamte Dispersion der Rayleigh- und Love-Wellen, die sich aus der mit den Randbedingungen verknüpften geometrischen und der durch die Anelastizität bedingten materiellen Dispersion zusammensetzt. Ihren größten Betrag erreicht die materielle Dispersion für die erste Love-Wellenmode in einem ozeanischen, sphärischen Modell mit etwa 0,003 km/s im Periodenbereich um 25 s. Die Methode von Schwab und Knopoff ist ohne Modifikation auch dann anwendbar, wenn die Phasengeschwindigkeiten und Gütefaktoren der P - und S -Wellen frequenzabhängige Terme enthalten.

Heterogene Strukturen

Mit dem Ansatz lateral homogener anelastischer Schichtmodelle läßt sich die Dispersion und Absorption langperiodischer Rayleigh- und Love-Wellen bei ihrer Ausbreitung durch die Erde in sehr guter Näherung beschreiben. Im kurzperiodischen Spektralbereich beobachtet man zusätzlich sekundäre, an heterogenen Strukturen der Kruste und des oberen Mantels ausgelöste Oberflächenwellen, die mit den hochauflösenden Wellenzahl-Frequenz-Filtern der modernen Arraytechnik (Capon et al., 1967; Capon, 1969) separiert und als Nutzsignale interpretiert werden können. So konnte die von Pilant und Knopoff (1964) zur Erklärung von Schwebungserscheinungen in teleseismischen Oberflächenwellen diskutierte Mehrfachwegausbreitung von Capon (1970, 1971) sowie von Capon und Evernden (1971) mit dem LASA-Array durch strahlengeometrische Rekonstruktion der durchlaufenen Wellenwege unter Anwendung des Snelliusschen Brechungsgesetzes verifiziert werden. Allgemeine Sätze über die Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten von Oberflächenwellen in lateral heterogenen Medien haben Knopoff (1969) und Julian (1972) abgeleitet. Die Messung der Phasengeschwindigkeit mit regionalen Stationsnetzen in Gebieten mit ortsabhängiger Dispersion wurde von Knopoff et al. (1967) untersucht.

Bei der theoretischen Behandlung von Schichtmodellen mit geneigten Grenzflächen sowie stetigen oder sprunghaften Übergangszonen lassen sich zwei Klassen von Näherungsverfahren unterscheiden:

(a) Analytische Näherungslösungen für einfache Modelle durch Anwendung der Methode der Greenschen Funktion, der Variationsrechnung u.a.

(b) Numerische Näherungslösungen für komplexe, realistische Modelle durch Anwendung der „Finite Difference“- bzw. der „Finite Element“-Methode.

Es werden in der Regel zweidimensionale Modelle und senkrecht einfallende, monochromatische Wellen behandelt. Die Rechnung liefert Näherungswerte für die ortsabhängige Dispersion sowie für die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der einfallenden Welle und der durch Modenkonzersion entstehenden Sekundärwellen.

Aus der Vielzahl der in der Literatur – vor allem für Love-Wellen – diskutierten analytischen Näherungslösungen soll eine Gruppe herausgegriffen werden, welche die Methode der Greenschen Funktion anwenden. Ausgangspunkt sind die Darstellungstheoreme der Elastodynamik, die den Verschiebungsvektor in einem Beobachtungspunkt als Oberflächenintegral über eine den Punkt umschließende Randfläche (bzw. Randkurve für zweidimensionale Probleme) darstellen. Der Integrand enthält neben der Greenschen Tensorfunktion des Problems das aus Primär- und Sekundärwellen zusammengesetzte Verschiebungsfeld auf der Berandungsfläche. Während die Greensche Funktion im Prinzip beliebig genau approximiert werden kann, muß für das Verschiebungsfeld entlang der Randfläche auf Grund vorwiegend physikalischer Überlegungen ein Näherungsansatz aufgestellt werden.

Hudson und Knopoff (1964) haben mit der Methode der Greenschen Funktion den Reflexionskoeffizienten einer Love-Welle an der keilförmigen Kante eines Zweischichtenmodells in erster Näherung berechnet. Das Problem der Reflexion und Transmission von Rayleigh-Wellen in einem homogenen Keil wurde von

Hudson und Knopoff (1964) sowie von Mal und Knopoff (1966) diskutiert. Um die Amplitudenänderung von Love-Wellen an Kontinentalrändern zu untersuchen, haben Knopoff und Hudson (1964) den Transmissionskoeffizienten von Love-Wellen an einer Sprungstelle der freien Oberfläche eines Zweischichtenmodells abgeleitet. Trotz der extrem stark vereinfachten Übergangszone und des Näherungscharakters der Lösung dürfte das Ergebnis zumindest qualitativ von praktischem Interesse sein. Danach weist der auf die Amplitude an der freien Oberfläche normierte Transmissionskoeffizient bei senkrechtem Einfall eine deutliche Anisotropie des Betrags und der Frequenzabhängigkeit für die Ausbreitungsrichtungen Ozean-Kontinent bzw. Kontinent-Ozean auf. Während der Transmissionskoeffizient im ersten Fall mit zunehmender Frequenz stark abfällt, treten im zweiten Fall nur sehr schwach ausgeprägte Variationen auf. Die tiefrequenten Grenzwerte hängen allein vom richtungsabhängigen Verhältnis der beiden Schichtmächtigkeiten ab [s. auch Knopoff et al., 1970]. Bei Übergangszonen mit stetig geneigten Grenzflächen tritt zusätzlich eine Anisotropie der Dispersion auf [Knopoff und Mal, 1967]. Den Hauptbetrag liefert dabei die Rückwärtsreflexion von der geneigten Grenzfläche, während die Störung der Eigenwerte (geometrische Dispersion) bei kleinen Neigungswinkeln ein Effekt zweiter Ordnung ist. Das wesentlich schwierigere (vektorielle) Problem der Ausbreitung von Rayleigh-Wellen in inhomogenen Übergangsstrukturen konnte bisher nur für den einfachsten Fall eines homogenen Halbraums mit stufenförmiger freier Oberfläche in erster Näherung gelöst werden [Mal und Knopoff, 1965].

Im Gegensatz zu den analytischen Näherungsverfahren lassen sich mit den numerischen Rechentechniken der „Finite Difference“- bzw. „Finite Element“-Methode komplexe, realistische Modelle von heterogenen Übergangsstrukturen behandeln. Zusammenfassende Darstellungen enthalten die Übersichtsartikel von Boore (1972) („Finite Difference“-Methode) sowie von Lysmer und Drake (1972) („Finite Element“-Methode). Im folgenden sollen einige besonders instructive Anwendungsbeispiele dieser numerischen Näherungsverfahren herausgegriffen werden.

Eine Berechnung der Dispersionskurven von Rayleigh-Wellen in einem geschichteten elastischen Halbraum mit Hilfe der „Finite Element“-Methode wurde erstmals von Lysmer (1970) durchgeführt. Heterogene zweidimensionale Schichtmodelle werden in der Regel aus drei Anteilen zusammengesetzt: Zwei geschichteten Halbräumen mit horizontalen Grenzflächen, die durch eine Übergangszone mit geneigten Schichtgrenzen verbunden sind. Die Rechnung liefert Näherungswerte für die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten sowie für die Phasengeschwindigkeiten ebener, monochromatischer Oberflächenwellen, die aus einem der beiden Halbräume senkrecht auf die Übergangszone auftreffen. Durch Anwendung der „Finite Element“-Methode konnte Drake (1972) die Phasengeschwindigkeiten und Verschiebungsfelder von Rayleigh- und Love-Wellen ableiten, die sich in einem homogenen elastischen Halbraum sowie in einem Zweischichtenmodell mit einer rampenförmigen Übergangszone der freien Oberfläche bzw. der inneren Schichtgrenze ausbreiten. Boore (1970) hat mit der „Finite Difference“-Methode die Ausbreitung von Love-Wellen in einem einfachen Zweischichtenmodell für die Übergangszone Ozean-Kontinent untersucht und eine ausgeprägte Anisotropie der Phasengeschwindigkeiten und Amplituden

nachgewiesen. Das entsprechende Problem für ein detailliertes Modell dieser Übergangszone sowie für eine unter 45° abtauchende Lithosphärenplatte konnte von Lysmer und Drake (1971) mit der „Finite Element-Methode“ gelöst werden. Ist die Primärwelle die Grundmode der Love-Wellen, so ist in beiden Modellen die reflektierte Energie sehr klein, während ein erheblicher Energieanteil für die transmittierte Welle durch Konversion in höhere Moden übergeht. Im Gegensatz zur Love-Welle wird die Energie der Grundmode der Rayleigh-Welle beim Passieren einer Übergangszone vom Ozean zum Kontinent nur geringfügig durch Reflexion und Konversion abgeschwächt [Drake, 1972]. Als besonders instruktives Anwendungsbeispiel für die Leistungsfähigkeit der „Finite Element“-Methode sei noch eine Arbeit von Drake und Mal (1972) zitiert, in der die Ausbreitung kurzperiodischer Rayleigh- und Love-Wellen entlang einer Nord-Süd-Achse des San Fernando-Tals (Kalifornien) behandelt wird.

3. Beobachtung

In Erdbebenseismogrammen lassen sich zwei Haupttypen von Signalformen der Rayleigh- und Love-Wellen unterscheiden: Quasi-harmonische Schwingungszüge mit zeitlich veränderlicher Momentanfrequenz und impulsförmige, schwach dispergierte Signale. Unter der Annahme eines kurzzeitigen Herdimpulses wird das Seismogrammbild im Fernfeld im wesentlichen von den Dispersionsmerkmalen des durchlaufenen Wellenweges bestimmt. Für eine pauschale Seismogrammauswertung sind dann einige allgemeine Sätze über den Zusammenhang zwischen Signalverformung und Dispersion von großem Nutzen, die am Beispiel einer ebenen Welle kurz diskutiert werden sollen.

Die Verformung, die ein Signal $f_0(t)$ mit dem Spektrum $F_0(j\omega)$ beim Durchlaufen eines verlustfreien, dispergierenden Systems erfährt, kann durch ein Fourier-Integral ähnlich Gleichung (2.5) dargestellt werden:

$$f(t, x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_0(j\omega) \exp[j(\omega t - k(\omega)x_1)] d\omega. \quad (3.1)$$

Aus der Ausbreitungsfunktion $k(\omega)$ lassen sich die Dispersionsfunktionen der Phasengeschwindigkeit

$$c(\omega) = \omega/k(\omega) \quad (3.2)$$

und der Gruppengeschwindigkeit

$$U(\omega) = 1/[dk(\omega)/d\omega] = c^2(\omega)/[c(\omega) - \omega c'(\omega)] \quad (3.3)$$

ableiten.

Nimmt die Phasengeschwindigkeit $c(\omega)$ mit zunehmender Frequenz ab ($c'(\omega) < 0$), so spricht man von normaler Dispersion. Dabei ist nach Gleichung (3.3) die Gruppengeschwindigkeit U kleiner als die Phasengeschwindigkeit c . Dieser Fall ist bei seismischen Oberflächenwellen die Regel. Bei anomaler Dispersion ($c'(\omega) > 0$) ist die Gruppengeschwindigkeit U größer als die Phasengeschwindigkeit c . Ein Beispiel ist die anomale Dispersion ozeanischer Rayleigh-Wellen

im Periodenbereich von etwa 30 bis 70 s. In beiden Fällen unterscheidet man noch zwischen den Begriffen der regulären ($U'(\omega) < 0$) und der inversen ($U'(\omega) > 0$) Dispersion.

Eine näherungsweise Auswertung des Integrals in Gleichung (3.1) mit der Methode der stationären Phase liefert folgendes Resultat [s. z. B. Pekeris, 1948; Tolstoy und Clay, 1966; Tolstoy, 1973]:

Der Aufbau des Seismogramms wird im Fernfeld durch die Gruppengeschwindigkeit $U(\omega)$ bestimmt. Aus der Stationaritätsbedingung des Integrals in Gleichung (3.1) folgt:

$$t = x_1 dk(\omega)/d\omega = x_1/U(\omega). \quad (3.4)$$

Den Ästen der Gruppengeschwindigkeitskurve mit regulärer bzw. inverser Dispersion entsprechen amplituden- und frequenzmodulierte Signale, deren Momentanfrequenz sich nach Gleichung (3.4) als Funktion von Ort und Zeit ändert und deren Amplitude infolge der Dispersion proportional zu $x_1^{-1/2}$ abnimmt. Die den Frequenzen mit extremalen Werten der Gruppengeschwindigkeit zugeordneten amplitudenmodulierten Signale werden als AIRY-Phasen bezeichnet. Ihre durch Dispersion bedingte Amplitudenabnahme erfolgt proportional zu $x_1^{-1/3}$. Pekeris (1948) hat die Eigenschaften der AIRY-Phasen theoretisch untersucht und explizite Ausdrücke für ihre Amplitudeneinhüllenden abgeleitet.

Obwohl mit der Methode der stationären Phase eine Reihe wichtiger Aussagen über die Pauschalstruktur eines Wellensignals im Fernfeld gemacht werden kann, ist es nicht möglich, auf diese Weise exakte synthetische Seismogramme zu berechnen. Dieses Problem läßt sich jedoch durch numerische Integration von Gleichung (3.1) mit dem Algorithmus der schnellen Fourier-Transformation (Cooley und Tukey, 1965) für irgendein Eingangssignal $f_0(t)$ und ein beliebiges elastisches oder anelastisches Schichtmodell lösen (Seidl, 1971).

Abbildung 3 zeigt eine Montage synthetischer Seismogramme der Rayleigh-Grundmode für ein elastisches Modell, dessen Gruppengeschwindigkeitskurve $U(\omega)$ den für kontinentale Rayleigh-Wellen typischen Verlauf aufweist.

Anhand der $U(\omega)$ -Kurve läßt sich der Aufbau des Seismogramms im Fernfeld ableiten. Es beginnt mit der weich einsetzenden „umgekehrten AIRY-Phase“ (Pekeris, 1948) des Gruppengeschwindigkeitsmaximums bei $T = 57$ s. Die für einen Einschwingvorgang mit minimaler Gruppenlaufzeit charakteristische Asymmetrie in der Aufeinanderfolge der Maxima und Minima (Müller und Ewing, 1962) ist deutlich zu erkennen. Der Signaleinsatz erfolgt vor dem Zeitpunkt minimaler Gruppenlaufzeit. Diese Erscheinung läßt sich durch die Unschärferelation zwischen der effektiven zeitlichen Dauer eines Signals und seiner effektiven spektralen Bandbreite erklären (Müller und Ewing, 1962). Die AIRY-Phase geht in einen regulär dispergierten Schwingungszug über, dem sich zum Zeitpunkt $t = x_1/U_0$ ein hochfrequentes, invers dispergiertes Signal, die sog. Rg-Phase überlagert. U_0 bedeutet dabei den Wert des relativen Gruppengeschwindigkeitsmaximums für die Periode Null. Das Seismogramm endet mit der AIRY-Phase des Gruppengeschwindigkeitsminimums. Die Amplitudeneinhüllende der AIRY-Phasen zeigt den von der Theorie (Pekeris, 1948) geforderten Verlauf. Der Zeitpunkt des Maximums der Einhüllenden liegt vor bzw. nach der aus den Werten der minimalen bzw. maximalen Gruppengeschwindigkeit berechneten

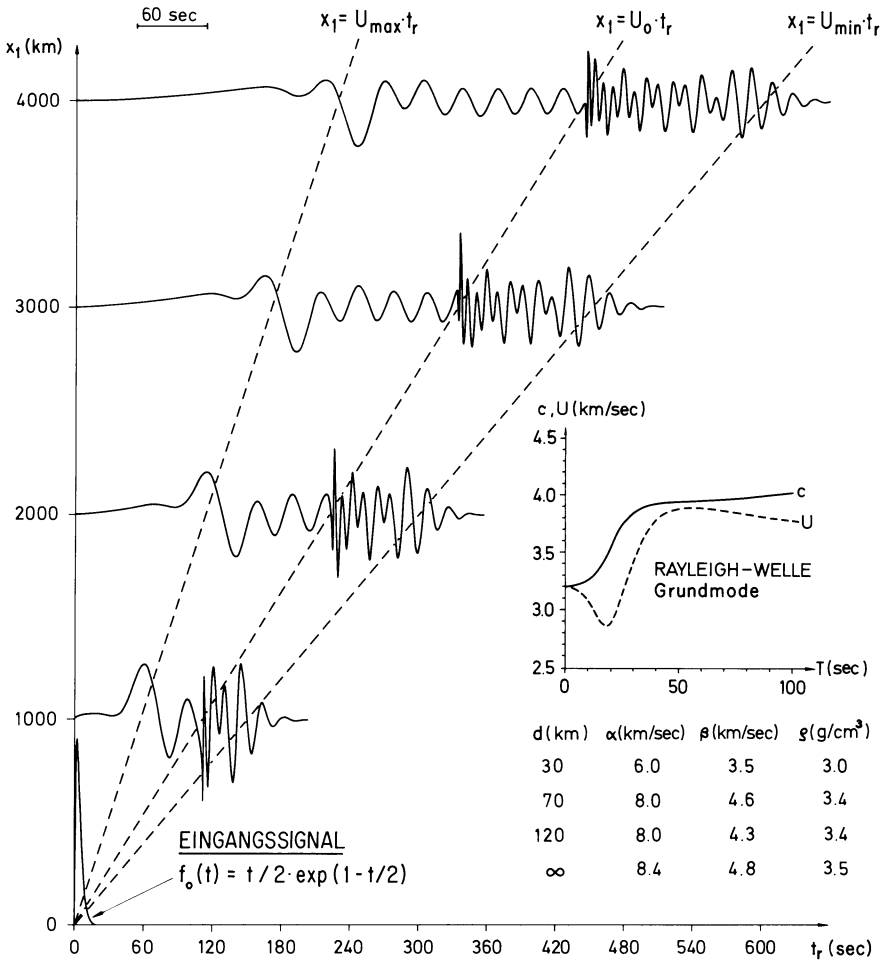


Abb. 3. Montage synthetischer Seismogramme der Rayleigh-Grundmode für ein elastisches Schichtmodell. Reduzierte Zeit: $t_r = t - x_1/V_r$; Reduktionsgeschwindigkeit: $V_r = 5.0 \text{ km/s}$

theoretischen Gruppenlaufzeit. Tolstoy und Clay (1966) haben Näherungsformeln für die zeitliche Dauer bzw. spektrale Bandbreite von AIRY-Phasen abgeleitet. Eine starke Krümmung der U -Kurve führt zu quasi-harmonischen, eine schwache Krümmung zu impulsförmigen AIRY-Phasen.

Zur phänomenologischen Beschreibung von besonders markanten impulsförmigen Oberflächenwellen werden historisch bedingte Buchstabensymbole verwendet (G, Sa, Ma, Rg, Lg, Li, usw.). Eine ausführliche Zusammenstellung der kinematischen und spektralen Kenndaten dieser Phasen enthält der Übersichtsartikel über Oberflächenwellen von Kovach (1965). Die Zuordnung zu bestimmten Ästen der Gruppengeschwindigkeitskurven der Rayleigh- und Love-Wellen ist bisher nur teilweise gelungen. So entspricht die G-Welle dem breiten Gruppengeschwindigkeitsplateau des ozeanischen Astes der ersten Love Mode (s. z.B.

Oliver, 1962). Die kontinentale Rg-Phase ist dem invers dispergierten kurzperiodischen Ast der Rayleigh-Grundmode zugeordnet. Eine detaillierte Interpretation der kontinentalen Lg-Phase als höhere Love-Wellenmode unter Berücksichtigung von Herdmechanismus, Dispersion und Absorption eines kontinentalen Schichtmodells sowie der Frequenzcharakteristik des aufzeichnenden Seismographensystems wurde von Knopoff et al. (1973) durchgeführt. Die Phasen Ma und Sa leiten sich von den im Periodenbereich zwischen etwa 10 und 30 s invers dispergierten Ästen der ersten höheren Rayleigh-Mode bzw. der zweiten Love-Mode ab, deren Dispersionsmerkmale durch die Struktur des Asthenosphären-Kanals im oberen Erdmantel bestimmt werden.

Die Existenz dieses Kanals begründet auch eine wichtige Einteilung der Oberflächenwellen in sog. „Kanalwellen“ und „Krustenwellen“ (Andrianova et al., 1965; Panza et al., 1972). Ihre Dispersionskurven setzen sich aus den Segmenten der c -Kurven benachbarter Moden mit annähernd gleicher Steigung zusammen. Die diesen Segmenten zugeordneten Amplituden-Tiefenprofile liegen für die „Kanalwellen“ fast ausschließlich innerhalb des Kanals und sind an der Erdoberfläche nicht meßbar. Für die Beobachtung sind daher nur diejenigen Segmente der Phasengeschwindigkeitskurven relevant, die das System der „Krustenwellen“ mit nicht verschwindenden Amplituden an der Erdoberfläche bilden.

Die bisherigen Betrachtungen haben die zentrale Bedeutung der Gruppengeschwindigkeit für den Ausbreitungsvorgang seismischer Oberflächenwellen aufgezeigt. Durch Gleichung (3.4) werden jedem Punkt der (x_1, t) -Ebene in Abbildung 3 im Zeitintervall $x_1/U_{\max} < t < x_1/U_{\min}$ definierte Momentanfrequenzen zugeordnet. Die Kurven konstanter Momentanfrequenz ω sind Geraden mit der Steigung $U(\omega)$. Neben dieser formalen besitzt die Gruppengeschwindigkeit eine sehr anschauliche kinematische bzw. energetische Bedeutung. Nach Macke (1962) bewegt sich der Energieschwerpunkt einer Wellengruppe mit konstanter Geschwindigkeit. Diese Schwerpunktgeschwindigkeit ist gleich der über alle zur Wellengruppe beitragenden Wellenzahlen gemittelten Gruppengeschwindigkeit, wobei als Gewichtsfunktion die Energiedichte im Wellenzahlraum fungiert. Für verlustfrei geführte Wellen ist die Gruppengeschwindigkeit identisch mit der als Quotient Energiestromdichte zu Energiedichte definierten Geschwindigkeit des Energietransports (Biot, 1957).

4. Analyse

Die Grundaufgabe der numerischen Analyse seismischer Oberflächenwellen besteht darin, aus der entlang einer Stationslinie in Wellenausbreitungsrichtung beobachteten Signalverformung die Phasengeschwindigkeit, die Gruppengeschwindigkeit sowie den spezifischen Gütefaktor für jede angeregte Mode als Funktion der Periode zu ermitteln. Da das Wellenazimut im Fernfeld auf Grund durchlaufener heterogener Strukturen in der Regel nicht mit der erforderlichen Genauigkeit aus den Koordinaten des Epizentrums berechnet werden kann, sind zur exakten Richtungs- und Geschwindigkeitsmessung mindestens drei, nicht auf einem Großkreis gelegene Stationen notwendig. Die Dispersionsdaten werden dann derjenigen Stationslinie zugeordnet, die annähernd parallel zur Wellenaus-

breitungsrichtung orientiert ist (Press, 1956; Knopoff et al., 1967). Diese sog. „Zwei-Stationenmethode“ ist das wichtigste Hilfsmittel zur Kartierung von regionalen Dispersionskurven. Daneben lassen sich Phasen- und Gruppengeschwindigkeitsmessungen auch mit einer Station durchführen (s. z.B. Brune et al., 1960; Schneider et al., 1966), und zwar entweder für den Wellenweg Epizentrum-Station oder für den Großkreis durch beide Punkte aus der Beobachtung von Wiederkehrwellen.

Ein Näherungsverfahren der Dispersionsanalyse im Zeitbereich ist die klassische „peak-and-trough“ Methode, deren Anwendungsbereich allerdings auf ungestörte, regulär oder invers dispergierte Wellengruppen beschränkt ist (s. z.B. Savarenski, 1959). Eine Analyse im Frequenzbereich durch Fourier-Transformation (Satô, 1955) ist zwar für beliebig dispergierte Signale anwendbar, setzt aber ebenfalls ungestörte, überlagerungsfreie Seismogramme voraus. Für den Einsatz auf EDV-Anlagen wurden neue Verfahren der numerischen Dispersionsanalyse entwickelt, die sich auch auf die in der Regel sehr komplexen, aus mehreren Teilsignalen (verschiedene Moden, multiple Phasen, kontinentale und ozeanische Anteile) zusammengesetzten Seismogramme energiereicher Fernbeben anwenden lassen. Eine Spektralanalyse im Zeit-Frequenzbereich sowie die Anwendung zeitabhängiger Filter zur Signalseparation sind die entscheidenden Merkmale dieser modernen Programmsysteme.

Eine Analyse seismischer Oberflächenwellen im Zeit-Frequenzbereich wurde erstmals von Ewing et al. (1959) auf analogem Wege mit einem Schallspektrographen und von Iyer (1964) in digitaler Form durch Berechnung von Energie-Konturdiagrammen durchgeführt. Alexander (1963) konnte durch die kombinierte Anwendung eines Bandpaßfilters und eines zeitabhängigen Gruppenlaufzeitfilters einzelne Moden separieren und getrennt analysieren. Das erste kompakte Programmsystem haben Knopoff et al. (1966) veröffentlicht. Ausgehend von diesen grundlegenden Arbeiten wurden neue digitale Auswerteverfahren mit größerer Genauigkeit und erhöhtem Auflösungsvermögen entwickelt: Die „Summen-Differenzen-Methode“ bzw. die „Produkt-Methode“ (Bloch und Hales, 1968), die „Moving-Window-Analyse“ (Landisman et al., 1969), die „Multiple Filtertechnik“ (Dziewonski et al., 1969) sowie die „Residuen-Dispersionsmessung“ (Dziewonski et al., 1972). Eine zusammenfassende Darstellung dieser modernen Rechentechniken enthalten die Übersichtsartikel von Dziewonski et al. (1968) sowie von Dziewonski und Hales (1972).

Im folgenden werden die wichtigsten Verfahren der Dispersionsanalyse für den speziellen Fall einer ebenen Oberflächenwelle diskutiert, die sich in Richtung der positiven x_1 -Achse ausbreitet und in zwei Stationen mit den Koordinaten $x_1^{(i)}$ ($i=1, 2$) von idealen Seismographensystemen verzerrungsfrei aufgezeichnet wird. Der zeitliche Verlauf des Seismogramms in der Station i ($i=1, 2$) sei $f_i(t)$, das zugehörige Spektrum $F_i(j\omega)$. Es wird zunächst vorausgesetzt, daß nur eine einzige Mode angeregt ist. Dann läßt sich das Seismogramm $f_2(t)$ in Analogie zu Gleichung (3.1) durch ein Fourier-Integral

$$f_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(j\omega) \exp [j(\omega t - k(\omega) \cdot \Delta x_1)] d\omega \quad (4.1)$$

darstellen. $\Delta x_1 = x_1^{(2)} - x_1^{(1)}$ bedeutet den Abstand der beiden Stationen. Im Frequenzbereich lautet Gleichung (4.1):

$$F_2(j\omega) = F_1(j\omega) \exp[-jk(\omega) \cdot \Delta x_1]. \quad (4.2)$$

Führt man für die Seismogrammspektren die polare Darstellung

$$F_i(j\omega) = A_i(\omega) \exp[-j\varphi_i(\omega)] \quad (4.3)$$

($i = 1, 2$) mit den Amplitudenspektren $A_i(\omega)$ und den Phasenspektren $\varphi_i(\omega)$ ein, so ergibt sich aus Gleichung (4.2) für die gesuchte Dispersionsfunktion der Phasengeschwindigkeit:

$$c(\omega) = \omega/k(\omega) = \omega \cdot \Delta x_1 / [\varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega) + 2N\pi]. \quad (4.4)$$

Die zunächst unbestimmte ganze Phasenzahl N läßt sich aus Näherungswerten der Phasengeschwindigkeit für den langperiodischen Teil des untersuchten Spektralbereichs berechnen.

Neben der Methode der Phasendifferenzen spielt die Kreuzkorrelations-Methode eine wichtige Rolle. Für das Kreuzkorrelogramm der beiden Seismogramme gilt:

$$f_{12}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(\tau + t) d\tau. \quad (4.5)$$

Gleichung (4.5) läßt sich mit dem modifizierten Faltungstheorem der Fourier-Transformation in den Frequenzbereich übersetzen:

$$\mathfrak{F}\{f_{12}(t)\} = F_{12}(j\omega) = F_1^*(j\omega) F_2(j\omega). \quad (4.6)$$

Durch Einsetzen von (4.2) in Gleichung (4.6) folgt:

$$F_{12}(j\omega) = |F_1(j\omega)|^2 \exp[-jk(\omega) \cdot \Delta x_1]. \quad (4.7)$$

Aus Gleichung (4.7) ergibt sich mit dem Phasenspektrum $\varphi_{12}(\omega)$ des Kreuzkorrelogramms für die Dispersionsfunktion der Phasengeschwindigkeit eine zu Gleichung (4.4) analoge Beziehung:

$$c(\omega) = \omega/k(\omega) = \omega \cdot \Delta x_1 / [\varphi_{12}(\omega) + 2N\pi]. \quad (4.8)$$

Innerhalb der Bandbreite des Seismogrammspektrums $F_1(j\omega)$ läßt sich das Kreuzkorrelogramm $f_{12}(t)$ nach Gleichung (4.7) als eine Approximation der Antwortfunktion des Ausbreitungsmediums in Station 2 auf einen δ -förmigen „Herdimpuls“ in Station 1 beschreiben. Da der Abstand der beiden Stationen in der Regel aber wesentlich kleiner ist als ihre Epizentralentfernungen, zeigt das Kreuzkorrelogramm eine entsprechend geringe dispersive Signalverformung als die beiden Seismogramme. Multipliziert man daher die Funktion $f_{12}(t)$ vor Durchführung der harmonischen Analyse mit einem geeigneten Fenster $w(t)$, so läßt sich das Produkt $f_{12} \cdot w$ als echtes Seismogramm mit erhöhtem Signal-Störverhältnis und stabilerem Phasenspektrum interpretieren. Die mit der Kreuzkorrelations-Methode nach Gleichung (4.8) berechneten Phasengeschwindigkeiten weisen daher wesentlich geringere Streuungen auf als die mit der Methode

der Phasendifferenzen nach Gleichung (4.4) ermittelten Werte. Die weiter unten behandelte Gruppengeschwindigkeitsmessung nach der Zwei-Stationenmethode, die Residuen-Dispersionsmessung sowie die Verfahren der Datengeneralisierung (s. z.B. Dziewonski und Landisman, 1970 sowie Dziewonski und Hales, 1972) basieren ebenfalls auf der Kreuzkorrelations-Methode.

Die Verfahren der Dispersionsanalyse im Zeitbereich (peak-and-trough Analyse) bzw. im Frequenzbereich (Methode der Phasendifferenzen bzw. der Kreuzkorrelation) setzen überlagerungsfreie Signale voraus. Sie lassen sich daher auf die in der Regel aus mehreren Anteilen zusammengesetzten Oberflächenwellen energiereicher Fernbeben erst nach Separation einzelner Moden anwenden. Den Ausgangspunkt der Analyse zusammengesetzter Signale bildet die spektrale Zerlegung mit einem multiplen Filter. Man versteht darunter einen Satz von N Bandpaßfiltern mit den Mittelfrequenzen ω_n ($n = 1, \dots, N$). Im folgenden werden Gaußfilter mit der Übertragungsfunktion

$$H_n(\omega) = \exp[-\alpha(\omega - \omega_n)^2/\omega_n^2] \quad (4.9)$$

betrachtet. Der Parameter α legt die spektrale Bandbreite, d.h. die Frequenzauflösung D_ω des Filters fest.

Die Analyse des dispergierten Signals aus Gleichung (3.1) mit einem Gaußfilter nach Gleichung (4.9) liefert das gefilterte Seismogramm $g_n(t)$:

$$g_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_n(\omega) F_0(j\omega) \exp[j(\omega t - k(\omega) x_1)] d\omega. \quad (4.10)$$

Das Fourier-Integral in Gleichung (4.10) läßt sich durch Reihenentwicklung der Funktionen $F_0(j\omega)$ und $k(\omega)$ näherungsweise auswerten. In erster linearer Näherung gilt für die Ausbreitungsfunktion $k(\omega)$ in der Umgebung der Frequenz ω_n :

$$k(\omega) = k(\omega_n) + k'(\omega_n)(\omega - \omega_n). \quad (4.11)$$

Zur Vereinfachung der Rechnung sei angenommen, daß sich das Signalspektrum $F_0(j\omega)$ innerhalb der Bandbreite des Filters durch einen reellen Amplitudenfaktor annähern läßt:

$$F_0(j\omega) = A_0(\omega_n). \quad (4.12)$$

Das Resultat für eine zu Gleichung (4.10) analoge Entwicklung von $F_0(j\omega)$ enthält die Arbeit von Dziewonski und Hales (1972).

Mit den Näherungsansätzen (4.11) und (4.12) ergibt sich für das gefilterte Seismogramm $g_n(t)$ ein amplitudenmoduliertes Signal mit der Frequenz ω_n und der Amplitudeneinhüllenden $a_n(t)$:

$$g_n(t) = a_n(t) \cos[\omega_n t - k(\omega_n) x_1], \quad (4.13)$$

$$a_n(t) = (\pi/\alpha)^{1/2} \omega_n A_0(\omega_n) \exp[-\omega_n^2 [t - \tau_G(\omega_n)]^2 / 4\alpha]. \quad (4.14)$$

Dabei bedeutet $\tau_G(\omega_n)$ das Gruppenlaufzeitspektrum des Seismogramms für die Frequenz ω_n . Mit Gleichung (3.4) erhält man

$$\tau_G(\omega_n) = x_1 \quad k'(\omega_n) = x_1 / U(\omega_n). \quad (4.15)$$

Nach Gleichung (4.14) ist der Zeitpunkt des Maximums der Amplitudeneinhüllenden des gefilterten Seismogramms durch die Gruppenlaufzeit $\tau_G(\omega_n)$ gegeben. Die Breite der Einhüllenden, d.h. die Zeitauflösung D_t des Filterprozesses ist wiederum durch den Parameter α aus Gleichung (4.9) festgelegt. Die Zeitauflösung D_t und die Frequenzauflösung D_ω sind durch die Unschärferelation der Fourier-Transformation miteinander verknüpft (s. z.B. Fischer, 1969):

$$D_t \cdot D_\omega \geq 1. \quad (4.16)$$

Das Gleichheitszeichen gilt nur für Gaußfilter, d.h. diese Filter liefern unter allen nicht bandbegrenzten Filterfunktionen die höchste, durch $(D_t \cdot D_\omega)^{-1}$ gemessene Zeit-Frequenzauflösung.

Zur Berechnung der Amplitudeneinhüllenden des gefilterten Signals ist es zweckmäßig, das zu $g_n(t)$ analytische Signal $z_n(t)$ einzuführen (s. z.B. Fischer, 1969). Es sei $g_n(t)$ die inverse Fourier-Transformierte von $G_n(j\omega)$:

$$g_n(t) = \mathfrak{F}^{-1} \{G_n(j\omega)\}. \quad (4.17)$$

Dann gilt für das zu $g_n(t)$ orthogonale Signal $q_n(t)$:

$$q_n(t) = \mathfrak{F}^{-1} \{G_n(j\omega) \exp [j\pi/2]\}. \quad (4.18)$$

Aus den zueinander orthogonalen Funktionen $g_n(t)$ und $q_n(t)$ läßt sich das dem reellen Signal $g_n(t)$ zugeordnete analytische Signal $z_n(t)$ bilden:

$$z_n(t) = a_n(t) \exp [j\varphi_n(t)] = g_n(t) + jq_n(t). \quad (4.19)$$

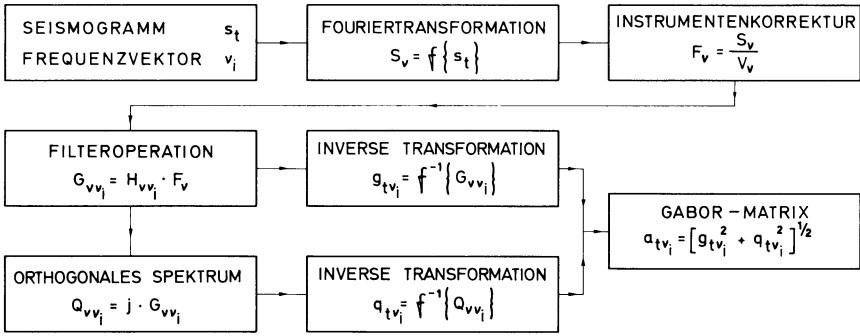
Für die Momentanwerte der Amplitude und Phase folgt dann aus Gleichung (4.19) (Goodman, 1960):

$$a_n(t) = [g_n^2(t) + q_n^2(t)]^{1/2}, \quad (4.20)$$

$$\varphi_n(t) = \tan^{-1} [q_n(t)/g_n(t)]. \quad (4.21)$$

Durch Variation der Mittelfrequenz ω_n des Bandpaßfilters läßt sich nach Gleichung (4.20) das Amplitudenspektrum des Seismogramms im Zeit-Frequenzbereich konstruieren. Seine diskrete Darstellung wird als Gabor-Matrix bezeichnet. Abbildung 4 zeigt ein schematisches Blockdiagramm zur praktischen Berechnung der Gabor-Matrix eines digitalisierten Seismogramms s_i für eine Folge von Frequenzen ν_i unter Berücksichtigung der komplexen Frequenzcharakteristik V_ν des Seismographensystems. Die Operationen der direkten bzw. inversen Fourier-Transformation lassen sich mit dem Algorithmus der schnellen Fourier-Transformation (Cooley und Tukey, 1965) sehr einfach durchführen. Als Beispiel zeigt Abbildung 4 weiter die Antwort eines digitalen Bandpaßfilters ($\nu_0 = 0.071$ Hz) für ein synthetisches Seismogramm, das sich aus der Grundmode aus Abbildung 3 ($x_1 = 4000$ km) und der ersten höheren Mode zusammensetzt. Die Amplitudeneinhüllende wurde mit Gleichung (4.20) berechnet. Die Pfeile markieren die theoretischen Gruppenlaufzeiten für die Frequenz ν_0 .

Die multiple Filtertechnik nach Abbildung 4 läßt sich bei der Analyse seismischer Oberflächenwellen in mehreren Varianten anwenden:



SYNTHETISCHES SEISMOGRAMM (GRUNDMODE + ERSTE HÖHERE MODE)

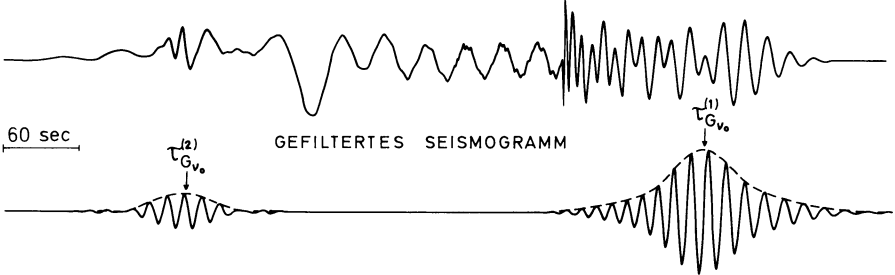


Abb. 4. Blockdiagramm der multiplen Filtertechnik zur Berechnung der Gabor-Matrix eines Seismogramms. Als Beispiel ist die Analyse eines synthetischen Seismogramms wiedergegeben

a) Messung der Gruppengeschwindigkeit nach der Ein- bzw. Zwei-Stationenmethode

Für das Seismogrammspektrum $F_1(j\omega)$ in der Epizentralentfernung x_1 läßt sich unter Vernachlässigung des Phasenspektrums des „Herdimpulses“ $F_0(j\omega)$ als Spezialfall von Gleichung (4.2) formal schreiben:

$$F_1(j\omega) = |F_0(j\omega)| \exp[-jk(\omega) x_1]. \tag{4.22}$$

Sind also das Epizentrum und die Herdzeit eines Bebens bekannt, so lassen sich mit einem multiplen Filter nach den Gleichungen (4.10) und (4.15) aus einem einzigen Seismogramm die mittleren Gruppengeschwindigkeiten entlang des Wellenweges Epizentrum-Station für alle angeregten Moden bestimmen.

Als praktisches Beispiel zeigt Abbildung 5 die Gabor-Matrix der Rayleigh-Wellen eines Bebens in Südostalaska (Datum: 3. 7. 1973; Herdzeit $t_0 = 16$ h 59 m 35.1 s; Epizentrum: $\varphi = 58^\circ$ N, $\lambda = 138^\circ$ W), aufgezeichnet von einem langperiodischen Seismographensystem in Zürich (Epizentralentfernung $x_1 = 8002$ km). Der analysierte Seismogrammausschnitt ist in einem der Gruppengeschwindigkeitskala entsprechenden verzerrten Zeitmaßstab wiedergegeben, um die Zuordnung von Seismogramm und Gabor-Matrix zu erleichtern. Das Matrixelement in einer Spalte bei der Periode T_n und einer Zeile bei der Gruppengeschwindigkeit U_i bedeutet den Wert der Amplitudeneinhüllenden des mit einem Gaußfilter (Mittelfrequenz $\omega_n = 2\pi T_n^{-1}$) analysierten Seismogramms zum Zeitpunkt $t_i = t_0 + x_1/U_i$.

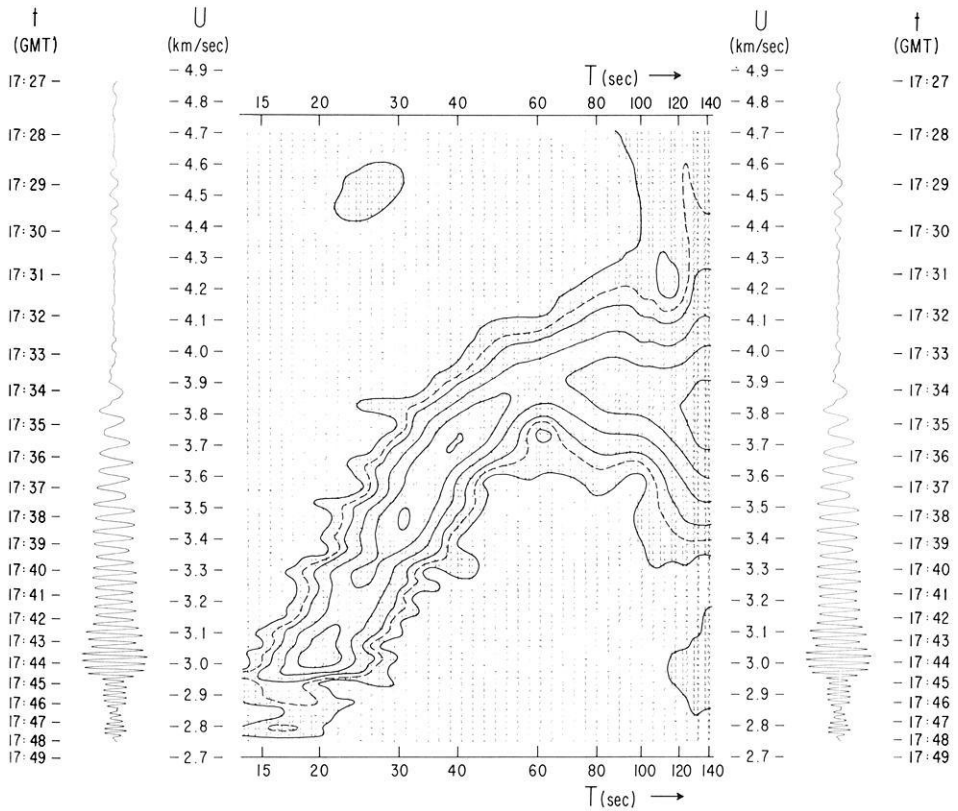


Abb. 5. Gabor-Matrix der Rayleigh-Wellen eines Bebens in Südostalaska (Datum: 3.7.1973; $t_0 = 16:59:35.1$; $\varphi = 58.0^\circ N$, $\lambda = 138.0^\circ W$; $m_b = 5.9$), aufgezeichnet von einem langperiodischen Seismographensystem in Zürich (Schweiz)

Die Konturen sind Höhenlinien konstanter Amplitude. Die (nicht eingezeichneten) Verbindungslinien der Spaltenmaxima liefern die Gruppengeschwindigkeitskurven für die im Seismogramm enthaltenen Moden. Abbildung 5 zeigt die Grundmode im Periodenbereich von 20–140 s sowie Andeutungen der ersten höheren Mode für Perioden um 25 s.

Wäre die Zeit-Frequenzauflösung des multiplen Filters unendlich hoch, so würden alle, nicht auf Gruppengeschwindigkeitskurven gelegenen Matrixelemente verschwinden. Wegen der endlichen Auflösung nach Gleichung (4.16) erscheinen die Dispersionskurven als Funktionsstreifen, die sich in bestimmten Bereichen der Matrix überlagern können. Um solche Interferenzeffekte zwischen regulär und invers dispergierten Ästen einer Mode sowie zwischen verschiedenen Moden beurteilen zu können, haben Dziewonski et al. (1969) ein Diagnoseverfahren in Form einer die Interferenz charakterisierenden Kennzahlen-Matrix entwickelt, das außerdem zur Bestimmung eines optimalen Wertes für den Filterparameter α in Gleichung (4.9) angewendet werden kann.

Bei der Gruppengeschwindigkeitsmessung nach der Zwei-Stationenmethode

wird das Kreuzkorrelogramm zweier, von einem in Wellenausbreitungsrichtung gelegenen Stationspaar aufgezeichneter Seismogramme mit einem multiplen Filter analysiert. Aus der Gabor-Matrix des Kreuzkorrelogramms lassen sich nach Gleichung (4.7) die mittleren Gruppengeschwindigkeiten entlang der Verbindungslinie der beiden Stationen ableiten. Die Zwei-Stationenmethode läßt sich immer dann anwenden, wenn das Epizentrum annähernd auf dem Großkreis durch beide Stationen liegt und die Wellenfront bei ihrer Ausbreitung bis zur ersten Station keine starken Drehungen durch laterale Strukturen erfahren hat. Im übrigen gelten die bei der Ein-Stationenmethode gemachten Überlegungen.

b) Residuen-Dispersionsmessung

Die multiple Filtertechnik stellt ein Näherungsverfahren dar, dessen Güte davon abhängt, mit welcher Genauigkeit die Reihenentwicklungen in den Gleichungen (4.11) und (4.12) das Phasen- und Amplitudenspektrum des Seismogramms innerhalb der Bandbreite des Filters approximieren. Numerische Experimente mit synthetischen Seismogrammen zeigen (Dziewonski et al., 1972), daß die aus Gleichung (4.14) abgeleiteten Gruppenlaufzeiten einen systematischen, zur Bandbreite annähernd proportionalen Fehler aufweisen. Bei gegebener Bandbreite ist der Fehler umso kleiner, je flacher die Dispersionsfunktion verläuft. So ist zum Beispiel das mit einem multiplen Filter bestimmte Gruppenlaufzeitspektrum der nur schwach dispergierten impulsförmigen G -Welle gegen Änderungen der Bandbreite weitgehend unempfindlich. Da bei der praktischen Seismogrammanalyse die Bandbreite nicht beliebig auf Kosten der Zeitauflösung verringert werden kann, ist eine Erhöhung der Meßgenauigkeit nur durch eine Abflachung der Dispersionsfunktion zu erreichen. Diese Abflachung läßt sich realisieren, indem man das beobachtete Seismogramm durch Kreuzkorrelation mit einem synthetischen Referenzseismogramm in ein impulsförmiges, schwach dispergiertes Signal transformiert. Der Grundgedanke des Verfahrens soll am Beispiel der Ein-Stationenmethode nach Gleichung (4.22) kurz erläutert werden.

Es sei $\hat{k}(\omega)$ eine Näherung der gesuchten Dispersionsfunktion $k(\omega)$. $\hat{k}(\omega)$ läßt sich entweder aus einem plausiblen Schichtmodell berechnen oder durch Seismogrammanalyse mit einem multiplen Filter bestimmen. Für das Spektrum $\hat{F}_1(j\omega)$ des synthetischen Antwortseismogramms auf einen δ -förmigen „Herdimpuls“ gilt analog zu Gleichung (4.22):

$$\hat{F}_1(j\omega) = \exp[-j\hat{k}(\omega)x_1]. \quad (4.23)$$

Das Spektrum $\hat{F}_{11}(j\omega)$ des Kreuzkorrelogramms zwischen dem beobachteten und dem synthetischen Seismogramm hat dann nach Gleichung (4.6) die Form:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{11}(j\omega) &= F_1^*(j\omega) \hat{F}_1(j\omega) = |F_0(j\omega)| \exp[-j(\hat{k}(\omega) - k(\omega))x_1] \\ &= |F_0(j\omega)| \exp[-j\bar{k}(\omega)x_1]. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Wenn $\hat{k}(\omega)$ eine gute Näherung von $k(\omega)$ darstellt, dann wird der durch die endliche Krümmung der Dispersionsfunktion nach Gleichung (4.11) bedingte Fehler

wegen $\bar{k}''(\omega) \ll k''(\omega)$ für $\bar{k}(\omega)$ wesentlich geringer ausfallen als für $k(\omega)$. Für den verbesserten Schätzwert $\hat{k}_1(\omega)$ der gesuchten Dispersionsfunktion gilt dann $\hat{k}_1(\omega) = \hat{k}(\omega) + \bar{k}(\omega)$. Durch mehrfache Wiederholung des Rechenganges läßt sich die Genauigkeit schrittweise erhöhen. Einzelheiten über den Einfluß des frequenzabhängigen Amplitudenspektrums des Seismogramms auf die Bestimmung des Phasenlaufzeitspektrums sowie praktische Anwendungsbeispiele der Residuen-Dispersionsmessung können der Arbeit von Dziewonski et al. (1972) entnommen werden.

c) Analyse von 3-Komponenten Registrierungen

Durch Anwendung der multiplen Filtertechnik auf die Seismogramme einer 3-Komponenten Station läßt sich die komplexe Amplitude des Verschiebungsvektors in Abhängigkeit von der Gruppenlaufzeit und der Periode rekonstruieren. Ein Vergleich der beobachteten Partikelbewegung mit theoretischen, für vorgegebene Schichtmodelle berechneten Schwingungsformen liefert wichtige Hinweise zur Identifizierung und Trennung von verschiedenen Moden der Rayleigh- und Love-Wellen. Aus der Orientierung der horizontalen Schwingungsellipse relativ zur Großkreisrichtung Epizentrum-Station lassen sich Rückschlüsse auf laterale Refraktionen entlang des durchlaufenen Wellenweges ziehen. Anwendungsbeispiele für synthetische und praktische Seismogramme sind zum Beispiel in den Arbeiten von Dziewonski et al. (1968) und Landisman et al. (1969) enthalten.

d) „Moving-Window“ Analyse

Die „Moving-Window“ Analyse kann als Gegenstück zur multiplen Filtertechnik im Zeitbereich charakterisiert werden. Das Matrixelement $a(t_i, T_n)$ wird als Betrag der Fourier-Transformierten des mit einem Zeitfenster $w(t - t_i, T_n)$ multiplizierten Seismogramms $f(t)$ für die Periode T_n gebildet:

$$a(t_i, T_n) = |\mathcal{F}\{f(t) \cdot w(t - t_i, T_n)\}|_{T=T_n}. \quad (4.25)$$

Durch eine variable, zur Periode T_n proportionale Länge des Zeitfensters läßt sich eine für alle Perioden konstante relative Frequenzauflösung erzielen. Eine eingehende Beschreibung der „Moving-Window“ Analyse enthalten die Arbeiten von Dziewonski et al. (1968) sowie von Landisman et al. (1969).

Die spektrale Zerlegung eines Seismogramms mit der multiplen Filtertechnik bzw. der „Moving-Window“ Analyse bildet den Ausgangspunkt für den Entwurf von zeitabhängigen Filtern, mit denen sich die definierten Bereichen der Zeit-Frequenzebene zugeordneten Seismogrammanteile abtrennen lassen. Die Separation einzelner Moden sowie die Erhöhung des Signal-Störverhältnisses durch Unterdrückung störender (z.B. durch Mehrfachwegausbreitung erzeugter multipler) Wellengruppen sind die wichtigsten Anwendungsbereiche dieser Filter. Zeitabhängige Filter lassen sich im Zeit- und Frequenzbereich realisieren. Im Zeitbereich wird das Seismogramm mit der Gewichtsfunktion eines Bandpaß-

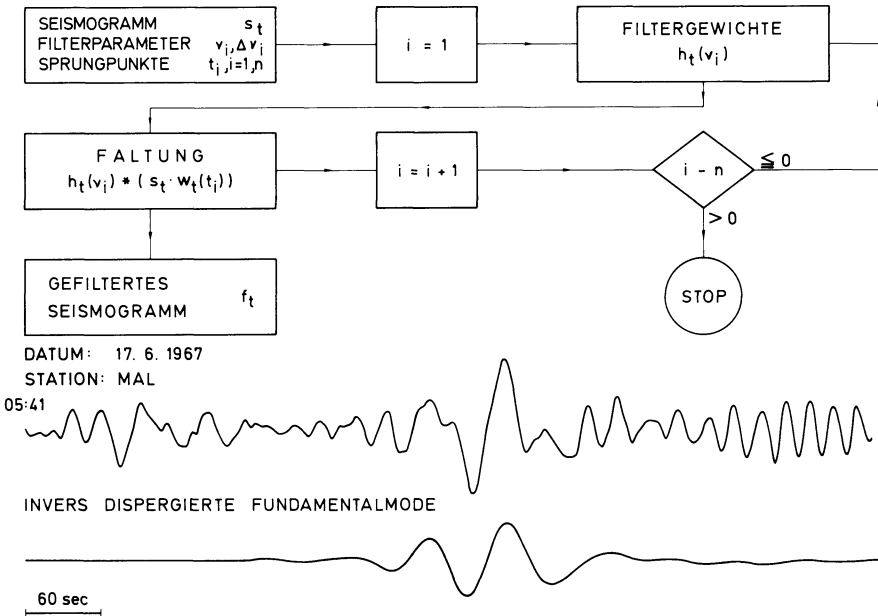


Abb. 6. Blockdiagramm eines zeitabhängigen Filters zur Signalseparation. Als Beispiel ist die Analyse eines aus mehreren Teilsignalen zusammengesetzten Erdbebenseismogramms wiedergegeben (Datum: 17. 6. 1967; Epizentrum: Südliche Sandwich-Inseln; Station: Malaga)

filters gefaltet, dessen Durchlaßfrequenz sich entsprechend dem Gruppenlaufzeitpektrum des abzutrennenden Signals zeitlich ändert. Abbildung 6 zeigt in einem Blockdiagramm die einfachste Realisierung eines solchen Filters. Durch die Sprungpunkte t_i auf der Zeitachse und die Filterparameter v_i (Durchlaßfrequenz) sowie Δv_i (Bandbreite) wird der Durchlaßbereich des Filters in der Zeit-Frequenzebene aus rechteckigen Teilbereichen zusammengesetzt. Durch Multiplikation mit einer Folge von Zeitfenstern $w_i(t_i)$ wird das Seismogramm s_t in einzelne Segmente zerlegt, die mit den Gewichtsfunktionen $h_i(v_i)$ der zugeordneten Bandpaßfilter gefaltet werden. Im unteren Teil von Abbildung 6 ist als Beispiel die Analyse des Seismogramms eines Bebens bei den Südlichen Sandwich-Inseln wiedergegeben, aufgezeichnet von dem langperiodischen vertikalen Seismographensystem der WWSS-Station Malaga. Der Seismogrammausschnitt zeigt neben Signalanteilen der ersten höheren Rayleigh-Mode regulär und invers dispersierte Wellengruppen der Grundmode sowie den Beginn des Wellenzuges der ozeanischen Rayleigh-Wellen. Die gefilterte Spur umfaßt den Seismogrammanteil, der dem invers dispersierten Ast der Gruppengeschwindigkeitskurve langperiodischer Rayleigh-Wellen mit Perioden oberhalb 60 s (s. z.B. Oliver, 1962) zugeordnet ist. Im Frequenzbereich läßt sich die Filteroperation am einfachsten durchführen, indem man die mit einem frequenzabhängigen Gruppenlaufzeitfilter multiplizierten harmonischen Teilwellen des Seismogramms unter Anwendung der schnellen Fourier-Transformation superponiert. Eine ausführliche Diskussion zeitabhängiger Filter im Zeit- und Frequenzbereich enthalten

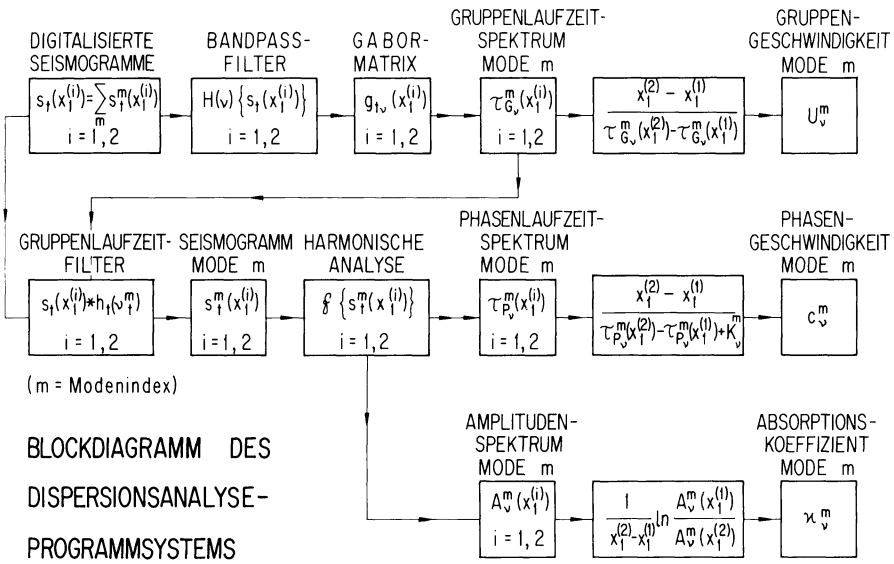


Abb. 7. Schematisches Blockdiagramm zur numerischen Analyse der Dispersion und Absorption von seismischen Oberflächenwellen

die Arbeiten von Landisman et al. (1969) sowie von Dziewonski und Hales (1972). Die durch die Anwendung zeitabhängiger Filter verursachten Verzerrungen des Amplituden- und Phasenspektrums, die vor allem bei Amplitudenuntersuchungen (z.B. Absorptionsmessungen) beachtet werden müssen, werden im Übersichtsartikel von Dziewonski und Hales (1972) diskutiert.

Die Spektralanalyse im Zeit-Frequenzbereich mit den verschiedenen Varianten der multiplen Filtertechnik, die Signalseparation mit zeitabhängigen Filtern sowie die Messung der Phasen- und Gruppengeschwindigkeit mit der Phasendifferenzen- bzw. Kreuzkorrelations-Methode bilden die Grundoperationen der Analyse seismischer Oberflächenwellen. Sie lassen sich je nach Aufgabenstellung und Seismogrammtyp in verschiedenen Kombinationen zu einem Gesamtprogramm zusammenstellen. Praktische Hinweise zur Datenvorbehandlung, eine Zusammenstellung der wichtigsten Fehlerquellen sowie eine ausführliche Anleitung zur Anwendung der Schnellen Fouriertransformation enthält der bereits mehrfach zitierte Artikel von Dziewonski und Hales (1972).

Abbildung 7 zeigt das schematische Blockdiagramm eines in der Praxis bewährten, relativ einfachen Programmsystems zur Messung der Gruppengeschwindigkeit U , der Phasengeschwindigkeit c sowie des Absorptionskoeffizienten κ nach der Zwei-Stationenmethode (s. Abschnitt 6). Die Gruppengeschwindigkeit wird nicht aus der Gabor-Matrix des Kreuzkorrelogramms der gefilterten Seismogramme, sondern direkt aus den Gruppenlaufzeiten der Gabor-Matrizen der zusammengesetzten Seismogramme bestimmt. Die Phasengeschwindigkeit wird aus den Phasenspektren der gefilterten Seismogramme nach der Methode der Phasendifferenzen berechnet. Die Verzerrungen der Phasenspektren durch die Seismographensysteme können am einfachsten korrigiert werden, indem man von den

Phasen- und Gruppenlaufzeitspektren die entsprechenden instrumentellen Größen subtrahiert. Der Absorptionskoeffizient läßt sich mit der Zwei-Stationenmethode in der Regel nur größenordnungsmäßig abschätzen, da die Absolutvergrößerung langperiodischer Seismographensysteme mit den üblichen Routineeichverfahren nicht mit der erforderlichen Genauigkeit ermittelt werden kann. Genauere Absorptionsmessungen können mit der Ein-Stationenmethode durch Beobachtung langperiodischer Wiederkehrwellen durchgeführt werden (s. z.B. Dziewonski und Hales, 1972 sowie Abschnitt 6).

5. Inversion

Das Grundproblem jeder geophysikalischen Inversion besteht in der Ableitung von Modellparametern aus Beobachtungsdaten. Im Fall seismischer Oberflächenwellen werden die Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Periode gemessen. Die gesuchten Modellparameter sind die Raumwellengeschwindigkeiten und die Dichte als Funktionen der Tiefe (s. Abb. 2). Da eine eindeutige Lösung dieses Inversionsproblems nicht existiert (s. z.B. Knopoff, 1961, 1962; Gerver und Kazhdan, 1972; Gerver, 1972), muß die Vielzahl aller Modelle ermittelt werden, die mit der endlichen Menge der fehlerbehafteten Beobachtungsdaten verträglich ist.

Durch Anwendung einiger Faustformeln läßt sich in der Regel relativ schnell ein plausibles Näherungsmodell ableiten, das dann durch Iteration schrittweise verbessert werden kann. Zunächst zeigt eine Berechnung der partiellen Ableitungen der Phasengeschwindigkeiten nach den Schichtparametern, daß Änderungen der S -Geschwindigkeiten den größten Einfluß auf die Dispersionskurven ausüben. Da die Eindringtiefe der Oberflächenwellen von ihrer Wellenlänge abhängt, lassen sich verschiedenen Periodenintervallen bestimmte Tiefenbereiche zuordnen. Nach Knopoff und Schlue (1972) gelten für die Eindringtiefen $x_3^{(R)}$ und $x_3^{(L)}$ der Grundmode von Rayleigh- bzw. Love-Wellen mit den Wellenlängen λ_R bzw. λ_L die Faustformeln:

$$x_3^{(R)} \approx 0,4 \cdot \lambda_R = 0,4 \cdot c_R \cdot T, \quad (5.1)$$

$$x_3^{(L)} \approx 0,25 \cdot \lambda_L = 0,25 \cdot c_L \cdot T. \quad (5.2)$$

Um die theoretischen Dispersionskurven von Schichtmodellen an die experimentellen Daten anzupassen, sind demnach die S -Geschwindigkeiten im Tiefenbereich um $x_3^{(R)}$ bzw. $x_3^{(L)}$ zu variieren.

Mit der Zwei-Stationenmethode (s. Abschnitt 4) wird für Rayleigh-Wellen in der Regel der Periodenbereich von etwa 20 bis 200 s erfaßt. Nach Gleichung (5.1) entspricht dies dem Tiefenbereich zwischen der Krusten-Mantelgrenze und der ausgedehnten Übergangzone vom oberen zum unteren Erdmantel. Die dominierende Struktur in diesem Tiefenintervall ist eine Zone verminderter S -Geschwindigkeit, die sich je nach Ausprägung in einer mehr oder weniger deutlichen Abflachung der Phasengeschwindigkeitsdispersionskurven bemerkbar macht. Für die mittlere Phasengeschwindigkeit \bar{c} gilt dann näherungsweise eine als „Entkopplungseffekt“ bezeichnete Relation (Knopoff et al., 1966; Seidl, 1971).

$$\bar{c} \approx c_{RC} \approx 0,92 \cdot \beta_C \quad (5.3)$$

wobei β_C die mittlere S -Geschwindigkeit im Asthenosphären-Kanal und c_{RC} die zugehörige Rayleigh-Halbraumgeschwindigkeit bedeuten. Mit der Faustformel (5.3) läßt sich also der Schichtparameter β_C aus dem Beobachtungswert \bar{c} näherungsweise abschätzen.

Nach den bisherigen Überlegungen wird der Inversionsprozeß wesentlich dadurch erleichtert, daß sich die $4N$ Parameter eines N -Schichtenmodells in aktive (variable) und passive (konstante) Kenngrößen unterteilen lassen. Wenn die passiven Parameter (P -Geschwindigkeiten und Dichten) näherungsweise bekannt sind, läßt sich die Inversion durch alleinige Variation der aktiven Parameter (S -Geschwindigkeiten) durchführen.

Die schrittweise Verbesserung eines plausiblen Anfangsmodells nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde erstmals von Dorman und Ewing (1962) praktisch durchgeführt. Es seien $\hat{c}(T_i)$ ($i=1, \dots, L$) die experimentellen Dispersionsdaten, p_k ($k=1, \dots, M$) die gesuchten aktiven Parameter und $c(T_i, p_k)$ die theoretischen Phasengeschwindigkeiten.

Dann lautet die Minimalisierungsbedingung:

$$\sum_{i=1}^L [c(T_i, p_k) - \hat{c}(T_i)]^2 = \varepsilon(p_k) = \text{MIN}. \quad (5.4)$$

Für das System der linearisierten Fehlergleichungen gilt dann:

$$\sum_{k=1}^M [\partial c(T_i, p_k) / \partial p_k]_{p_{k0}} \cdot \Delta p_k = \hat{c}(T_i) - c(T_i, p_k) \quad i = 1, \dots, L > M. \quad (5.5)$$

Die p_{k0} ($k = 1, \dots, M$) sind die Werte der aktiven Parameter für das Anfangsmodell. Das lineare Gleichungssystem (5.5) lautet in Matrixschreibweise:

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{D} = \mathbf{C}. \quad (5.6)$$

Die Elemente der (L, M) -Matrix \mathbf{P} sind die partiellen Ableitungen

$$[\partial c(T_i, p_k) / \partial p_k]_{p_{k0}}.$$

Die $(M, 1)$ -Matrix \mathbf{D} enthält die gesuchten Korrekturen Δp_k der aktiven Parameter p_k , die $(L, 1)$ -Residuenmatrix \mathbf{C} die Abweichungen der theoretischen von den experimentellen Phasengeschwindigkeiten. Das überbestimmte Gleichungssystem (5.6) läßt sich formal durch linksseitige Multiplikation mit der transponierten Matrix \mathbf{P}^T auf die Form der Normalgleichungen bringen (Gauß-Transformation):

$$(\mathbf{P}^T \cdot \mathbf{P}) \cdot \mathbf{D} = \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{C}. \quad (5.7)$$

Führt man die (M, M) -Matrix $\mathbf{N} = \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{P}$ sowie die $(M, 1)$ -Matrix $\mathbf{B} = \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{C}$ ein, so lautet Gleichung (5.7):

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{D} = \mathbf{B}. \quad (5.8)$$

Die Lösungs-Matrix \mathbf{D} enthält die gesuchten Korrekturen Δp_k . Damit lassen sich verbesserte Werte der aktiven Parameter

$$p_{k1} = p_{k0} + \Delta p_k \quad (5.9)$$

gewinnen. Die Standardabweichung m_{c1} der Residuen für das verbesserte Modell beträgt:

$$m_{c1} = [\varepsilon(p_{k1}) / (L - M)]^{1/2}. \quad (5.10)$$

Die Standardabweichungen der aktiven Parameter m_{pk1} lassen sich aus den Diagonalelementen der inversen Matrix \mathbf{N}^{-1} berechnen:

$$m_{pk1} = m_{c1} [(\mathbf{N}^{-1})_{kk}]^{1/2}. \quad (5.11)$$

Der Index 1 bezeichnet den ersten Iterationsschritt. Der Prozeß wird solange wiederholt, bis eine durch die endliche Meßgenauigkeit gegebene Schranke erreicht ist.

Obwohl die Inversion nach der Methode der kleinsten Quadrate ein brauchbares praktisches Verfahren darstellt und der häufig angewandten, mehr oder weniger willkürlichen „trial and error“-Iteration in jedem Fall vorzuziehen ist, stellt sie doch nur eine Teillösung des allgemeinen Inversionsproblems dar. Eine kritische Lösung dieses Problems verlangt, die Gesamtheit aller mit den Beobachtungsdaten verträglichen Modelle zu finden, die durch die Beobachtungsfehler bedingte Genauigkeit und Tiefenauflösung der Modellparameter abzuschätzen sowie die Möglichkeiten einer Parameterseparation (d.h. einer simultanen Bestimmung verschiedener Schichtparameter, wie z. B. der S -Geschwindigkeit und der Dichte) zu untersuchen. Weiter sollen die miteinander zu vergleichenden Modelle so beschaffen sein, daß zwar die gesamte in den Beobachtungsdaten enthaltene Information ausgenutzt, eine Überinterpretation der experimentellen Daten aber vermieden wird.

Qualitativ läßt sich der Zusammenhang zwischen Meßgenauigkeit und Parameterauflösung mit Hilfe von synthetischen Seismogrammen sehr anschaulich darstellen. Die Abbildungen 8 und 9 zeigen die Ergebnisse einiger numerischer Experimente, aus denen sich der Abstand benachbarter Modelle abschätzen läßt, die hinsichtlich der Verformung eines gegebenen Erdbebensignals unter Zugrundelegung einer bestimmten Ablesegenauigkeit als äquivalent anzusehen sind (Seidl, 1971). Die ausgezogenen synthetischen Seismogramme bedeuten das Antwortsignal eines einfachen anelastischen Modells auf das gefilterte Erdbebensignal aus Abbildung 6 in einer Entfernung von 2000 km. Abbildung 8 zeigt die Änderung der Signalform, die einer Erhöhung der S -Geschwindigkeit β_c im Asthenosphären-Kanal um 0.1 km/s entspricht. Danach dürfte die Auflösung für β_c in diesem Fall etwa 0.05 km/s betragen. In Abbildung 9 ist der Einfluß eines Doppelkanals mit variabler mittlerer S -Geschwindigkeit veranschaulicht. Eine Berücksichtigung von Schichtmodellen mit Doppel-Kanal beim Inversionsprozeß würde demnach in diesem speziellen Fall eine Überinterpretation der Beobachtungsdaten bedeuten.

Von den zahlreichen Publikationen, die sich mit der numerischen Lösung des oben formulierten, allgemeinen Inversionsproblems seismischer Oberflächen-

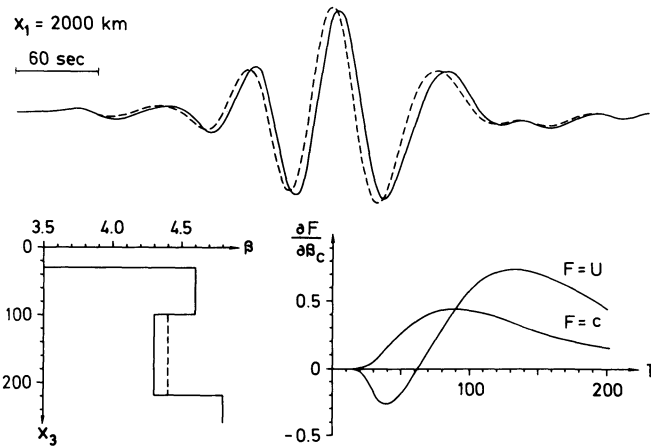


Abb. 8. Zusammenhang zwischen Änderungen der Verformung eines Erdbebensignals und der Variation von Schichtparametern, aufgezeigt am Beispiel der S-Geschwindigkeit des Asthenosphärenkanals

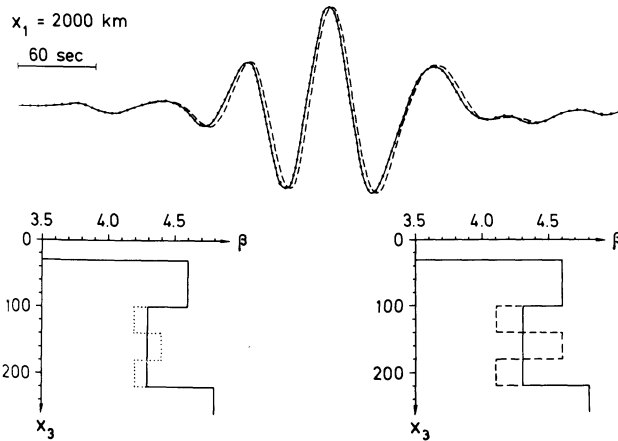


Abb. 9. Änderung der Verformung des Erdbebensignals aus Abbildung 8 durch Einführung eines Doppelkanals in der Asthenosphäre, dessen mittlere S-Geschwindigkeit variiert

wellen und Eigenschwingungen beschäftigen, soll im folgenden eine kleine Auswahl zitiert werden. Backus und Gilbert (1967, 1968) sowie Gilbert und Backus (1968) haben die Auflösung des Inversionsprozesses unter Vernachlässigung von Beobachtungsfehlern untersucht. Der Einfluß der endlichen Meßgenauigkeit wurde u. a. von Der et al. (1970), Backus und Gilbert (1970) sowie von Der und Landisman (1972) diskutiert. Wiggins (1972) hat eine Matrizenmethode zur Lösung des allgemeinen linearen Inversionsproblems entwickelt. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchungen sollen kurz zusammengefaßt werden.

(a) Die Vieldeutigkeit des Inversionsproblems läßt sich quantitativ in Form einer Reziprozitätsrelation zwischen Genauigkeit, Tiefenauflösung und Separation von Modellparametern formulieren und graphisch durch sog. „trade-off“-Flächen bzw. Kurven veranschaulichen. Um unter den unendlich vielen Lösungsmodellen ein „bestes“ auszuwählen, müssen zusätzliche Nebenbedingungen vorgegeben werden.

(b) Die Dispersionsdaten der Phasengeschwindigkeit für die Rayleigh-Grundmode enthalten mehr Information über die Tiefenfunktion der *S*-Geschwindigkeit als entsprechende Daten für die Love-Welle. Eine zusätzliche Messung der Gruppengeschwindigkeit erhöht die Genauigkeit, liefert aber keine neue Information (s. auch Pilant und Knopoff, 1970).

(c) Die Inversion von kombinierten Dispersionsdaten verschiedener Moden der Rayleigh- und Love-Wellen erhöht nicht nur die Genauigkeit und Auflösung, sondern ermöglicht auch eine Separation von *S*-Geschwindigkeit und Dichte.

Neben den bisher beschriebenen iterativen Inversionsverfahren sind drei weitere Lösungswege von praktischem Interesse: Die Monte Carlo-Methode, die „Hedgehog“-Methode und die „Edgehog“-Methode. Die Monte Carlo-Methode (s. z.B. Press, 1968, 1970, 1972) erzeugt mit Hilfe von Zufallszahlen eine große Anzahl von statistischen Kombination der aktiven Schichtparameter innerhalb vorgegebener Schranken, die dann auf ihre Verträglichkeit mit den Beobachtungsdaten überprüft werden. Die „Hedgehog“-Methode (Keilis-Borok und Yanovskaya, 1967) läßt sich als systematisches Suchprogramm innerhalb eines Punktgitters im multidimensionalen Raum der aktiven Parameter charakterisieren. Ein praktisches Beispiel enthält die Arbeit von Knopoff und Schlue (1972). Die von Jackson (1973) entwickelte „Edgehog“-Methode sucht dagegen die mit den Beobachtungsdaten verträglichen Randlösungen innerhalb des Parameterraums auf.

6. Interpretation

Dispersionsmessungen

Eine erste Zusammenfassung weltweit gemessener Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten seismischer Oberflächenwellen wurde von Oliver (1962) vorgenommen. Die summarischen Dispersionsdiagramme umfassen einen Frequenzbereich von etwa elf Oktaven und lassen zwei Merkmale der mittleren Grobstruktur des Systems Erdkruste—oberer Erdmantel erkennen: Eine deutliche Unterteilung in kontinentale und ozeanische Regionen sowie die Existenz lateraler Inhomogenitäten, die sich in einer zunehmenden Auffächerung der Dispersionskurven zu kurzen Perioden hin ($T < 300$ s) bemerkbar macht. Eine weitergehende Klassifizierung von Dispersionsdaten nach strukturellen Merkmalen haben Brune (1969) und Dorman (1969) durchgeführt. Ausgehend von der Beobachtung, daß die durch die Analyse von Wiederkehrwellen entlang verschiedener Großkreise gemessenen mittleren Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten der Oberflächenwellen signifikante Unterschiede aufweisen, haben Toksöz und Ben-Menahem (1963), Toksöz und Anderson (1966), Kanamori (1970), Dzie-

wonski und Landisman (1970) sowie Dziewonski (1970) u.a. die Methode der Großkreis-Segmentierung entwickelt. Unter der Voraussetzung, daß die Erde in drei elementare Strukturen (Ozeane, stabile und tektonisch aktive Regionen) unterteilt werden kann, lassen sich aus den Großkreisdaten repräsentative („pure-path“) Standard-Dispersionskurven der drei Strukturtypen ableiten. Eine Inversion dieser Dispersionsdaten (s. z.B. Dziewonski, 1971) zeigt deutliche regionale Variationen im Aufbau des oberen Erdmantels. Der Hauptvorteil der Methode der Großkreis-Segmentierung ist der große Umfang des auswertbaren Datenmaterials, ein Nachteil ist die relativ geringe Auflösung in wenige Strukturtypen.

Das wichtigste Beobachtungsverfahren zur systematischen Kartierung regionaler Dispersionsdaten ist die erstmals von Brune und Dorman (1963) angewandte Zwei-Stationenmethode (s. Abschnitt 4). Die in zahlreichen Gebieten der Erde durchgeführten Beobachtungen beschränken sich fast ausschließlich auf die Untersuchung von Rayleigh-Wellen, da Love-Wellen sehr häufig durch Interferenzeffekte gestört sind und eine Separation verschiedener Moden wegen der eng benachbarten Dispersionskurven schwierig ist. Eine zusammenfassende Interpretation weltweit gemessener Phasengeschwindigkeiten für die Grundmode der Rayleigh-Wellen zeigt, daß im Periodenbereich von etwa 20 bis 150 s mindestens fünf verschiedene geologische Strukturtypen unterschieden werden müssen (Knopoff, 1972): Präkambrische Schilde, seismisch stabile Kontinentalmassen, Ozeane, Rift-Strukturen und alpidische Zonen. Die höchsten Phasengeschwindigkeiten (typische Werte: 4.1 bis 4.2 km/s für Perioden von 60–80 s) werden im Bereich der alten Schilde beobachtet. Sie zeigen hohe mittlere *S*-Geschwindigkeiten in der Lithosphäre sowie einen nur schwach ausgeprägten Asthenosphären-Kanal an. Die Inversion der Dispersionskurven für die seismisch stabilen Kontinentalmassen (typische Phasengeschwindigkeiten: 4.0 bis 4.1 km/s im Periodenbereich von 60–80 s) liefert Modelle mit einem ausgeprägten Asthenosphären-Kanal und einem scharfen Geschwindigkeitskontrast zu einer etwa 100 km mächtigen Lithosphäre. Für die Ozeane liegen bisher nur spärliche Ergebnisse vor. Charakteristisch ist der extrem flache Verlauf der Dispersionskurven für Perioden zwischen 20 und 70 s sowie sehr niedrige Phasengeschwindigkeiten um 3.9 km/s im Periodenbereich um 70 s, entsprechend einer dünnen Lithosphäre mit einem scharfen Kontrast zu einem stark ausgeprägten Asthenosphären-Kanal. Die Dispersionskurven von Rift-Strukturen zeigen einen ähnlichen Verlauf wie die der Schilde, aber mit etwa 0.3 km/s geringeren Geschwindigkeiten. Sie deuten auf niedrige *S*-Geschwindigkeiten in geringen Tiefen mit einem nur sehr schwach ausgeprägten bzw. nicht existenten Kanal hin. Ein Beispiel einer alpidischen Zone wird weiter unten behandelt. Neben der Methode der Großkreis-Segmentierung und der Zwei-Stationenmethode läßt sich gelegentlich auch die sog. Ein-Stationenmethode anwenden, die vor allem für Messungen entlang ozeanischer Wellenwege von Bedeutung ist. Voraussetzung ist, daß die Herdzeit, das Epizentrum sowie das Phasenspektrum des Herdimpulses hinreichend genau bekannt sind und der Wellenweg Epizentrum-Beobachtungsstation relativ zur Wellenlänge annähernd homogen ist. Da die letzte Bedingung in der Regel kleine Epizentralentfernungen voraussetzt, lassen sich beide Forderungen im allgemeinen nicht gleichzeitig erfüllen; denn die zur Bestimmung des Phasenspek-

trums erforderlichen herdmmechanischen Elemente (Knopoff und Schwab, 1968) können nur für starke, weltweit zu beobachtende Beben ermittelt werden, welche die Aufzeichnungssysteme herdnaher Stationen in den meisten Fällen übersteuern. Einen Ausweg liefert die Hypothese, daß starke und schwache Beben innerhalb eines bestimmten Herdgebietes annähernd gleiche Herdmmechanismen haben. Mit dieser Annahme konnten Knopoff et al. (1969) sowie Knopoff et al. (1970) die Ein-Stationenmethode für einige pazifische Profile erfolgreich anwenden. Weidner (1974) hat mit der Ein-Stationenmethode die Phasengeschwindigkeiten von Rayleigh-Wellen für zahlreiche Wellenwege im nördlichen Atlantik abgeleitet und einen ersten Versuch einer Regionalisierung ozeanischer Dispersionsdaten unternommen.

Nach dem kurzen allgemeinen Überblick über die Möglichkeiten der Regionalisierung von Dispersionsdaten und Strukturelementen der Kruste und des oberen Mantels sollen einige spezielle Untersuchungen aus Europa diskutiert werden. Abbildung 10 zeigt eine Karte der regionalen Stationsnetze in den Alpen, im Alpenvorland und im Riftsystem um den Rheingraben, in denen systematische Phasengeschwindigkeitsmessungen an Rayleigh-Wellen durchgeführt wurden. Das Meßprogramm begann mit einer Untersuchung von Berckhemer et al. (1961) im Stationsnetz Stuttgart – Tübingen – Meßstetten – Ravensburg des Landes erdbebendienstes Baden-Württemberg, das mit Nahbeben seismographen übereinstimmender Charakteristiken ausgerüstet war. Die mit der „peak-and-through“-Methode berechneten Phasengeschwindigkeiten der Grundmode der Rayleigh-Wellen umfaßten den Periodenbereich von etwa 15–45 s und lieferten einen ersten Hinweis auf die Existenz einer Zone erniedrigter *S*-Geschwindigkeit im oberen Mantel unter Südwestdeutschland.

Die ersten systematischen Phasengeschwindigkeitsmessungen an Rayleigh-Wellen mit langperiodischen Seismographen wurden in den Alpen und im Alpenvorland von Knopoff et al. (1966) im Stationsnetz Stuttgart/Neuhausen – Besançon – Chur – Oropa (s. Abb. 10) durchgeführt. Durch Anwendung neu entwickelter Verfahren der numerischen Dispersionsanalyse konnten die Phasengeschwindigkeiten für die Grundmode der Rayleigh-Wellen für Perioden von etwa 15–80 s entlang verschiedener Stationslinien abgeleitet werden. Die Inversion beweist die Existenz eines ausgeprägten Asthenosphären-Kanals im gesamten Untersuchungsgebiet mit einer mittleren *S*-Geschwindigkeit um 4,2 km/s. Die Mächtigkeit der Lithosphäre beträgt etwa 80 km. Im kurzperiodischen Spektralbereich stehen die Dispersionsdaten in Einklang mit den aus refraktionsseismischen Messungen abgeleiteten Modellen der Erdkruste. Erste Vermutungen über regionale Schwankungen im Aufbau des Asthenosphären-Kanals konnten durch Dispersionsmessungen im Stationsnetz Stuttgart – Strasbourg – Pirmasens – Karlsruhe – Heidelberg (s. Abb. 10) bekräftigt werden (Seidl et al., 1966). Abbildung 11 zeigt, daß die experimentellen Phasengeschwindigkeiten beim Drehen der von Stuttgart ausgehenden Stationslinien im Gegenurzeigersinn systematisch abnehmen. Dies deutet auf eine Abnahme der *S*-Geschwindigkeit im Asthenosphären-Kanal bei Annäherung an den Alpenkörper hin. Die Dispersionsdaten für das Alpenvorland lassen sich befriedigend durch das Krusten-Mantel-Modell STU-3 (Reichenbach und Müller, 1974) erklären.

Die Oberflächenwellen von Fernbeben sind im kurzperiodischen Bereich

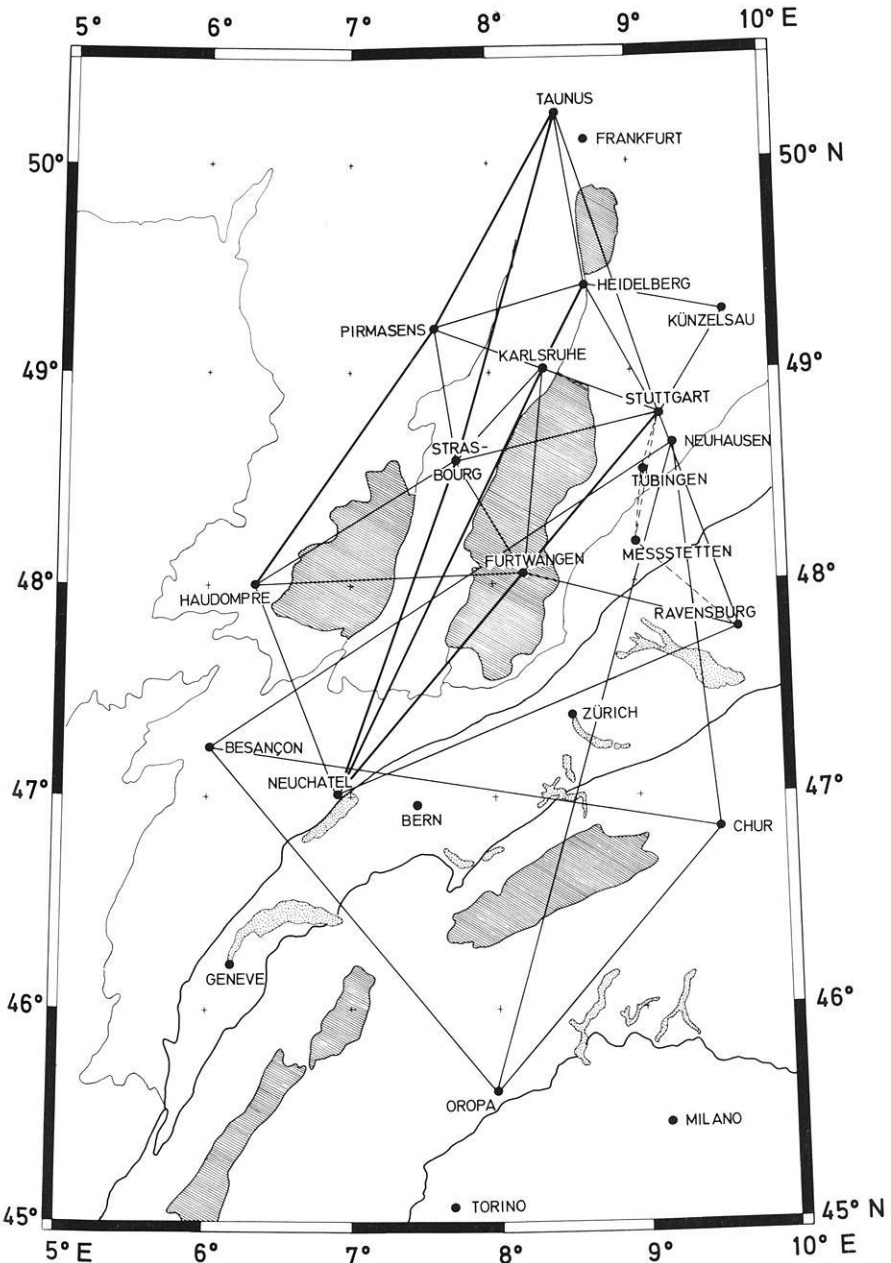


Abb. 10. Karte der regionalen Netzwerke langperiodischer Seismographenstationen im Alpenvorland, in den Alpen und im Riftsystem um den Rheingraben

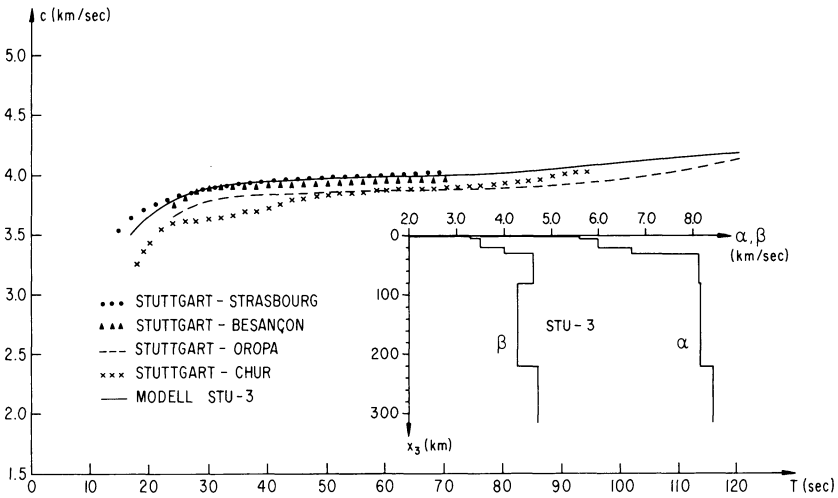


Abb. 11. Experimentelle Phasengeschwindigkeiten für die Grundmode der Rayleigh-Wellen entlang einiger Stationslinien in Abbildung 10. Die theoretische Dispersionskurve (ausgezogen) gehört zu einem einfachen Krusten-Mantel-Modell mit der Bezeichnung STU-3

($T < 15$ s) in der Regel durch Interferenzeffekte so stark gestört, daß eine Messung der Phasengeschwindigkeiten mit den in Abschnitt 4 beschriebenen Methoden nicht mehr möglich ist. Eine wertvolle Ergänzung bilden hier Gruppengeschwindigkeitsmessungen an Oberflächenwellen von Nahbeben nach der Ein-Stationenmethode, wie sie u.a. von Schneider et al. (1962) sowie von Zürn (1970) in mehreren geologischen Einheiten Mitteleuropas durchgeführt wurden. Kurzperiodische Dispersionsdaten dieser Art enthalten Informationen über den Aufbau der oberen Erdkruste und liefern wertvolle Nebenbedingungen bei der Inversion von Laufzeitdaten.

Phasengeschwindigkeitsmessungen im westlichen Mittelmeer (Berry und Knopoff, 1967) zeigen ebenfalls einen ausgeprägten Asthenosphären-Kanal mit deutlichen regionalen Strukturänderungen (s. Abb. 15). Im zentralen Teil des westlichen Mittelmeers (Stationslinien Algier – Cuglieri/Sardinien und Algier – Monaco) werden Lithosphärenmächtigkeiten von etwa 50 km und extrem niedrige S-Geschwindigkeiten im Asthenosphären-Kanal um 4.1 km/s beobachtet. Beide Werte erhöhen sich deutlich zu den Randzonen hin (Stationslinien Monaco – Tortosa und Monaco – Cuglieri) auf etwa 100 km bzw. 4.45 km/s. Ähnlich niedrige S-Geschwindigkeiten im Asthenosphären-Kanal (um 4.1 km/s) wie im westlichen Mittelmeerbecken wurden entlang der Linie Besançon – Monaco gefunden. Aus den bisherigen Messungen auf der Iberischen Halbinsel (Payo, 1970) ergibt sich eine Lithosphärenmächtigkeit von 80 km und eine mittlere S-Geschwindigkeit im Asthenosphären-Kanal von 4.2 km/s ähnlich wie im nördlichen Alpenvorland.

In Abbildung 12 sind die Ergebnisse von Phasengeschwindigkeitsmessungen an Rayleigh-Wellen im Riftsystem um den Rheingraben wiedergegeben. Eine Abschätzung der Beobachtungsfehler (Reichenbach und Müller, 1974) zeigt keine signifikanten Unterschiede für die vier Stationslinien Taunus (TNS)–

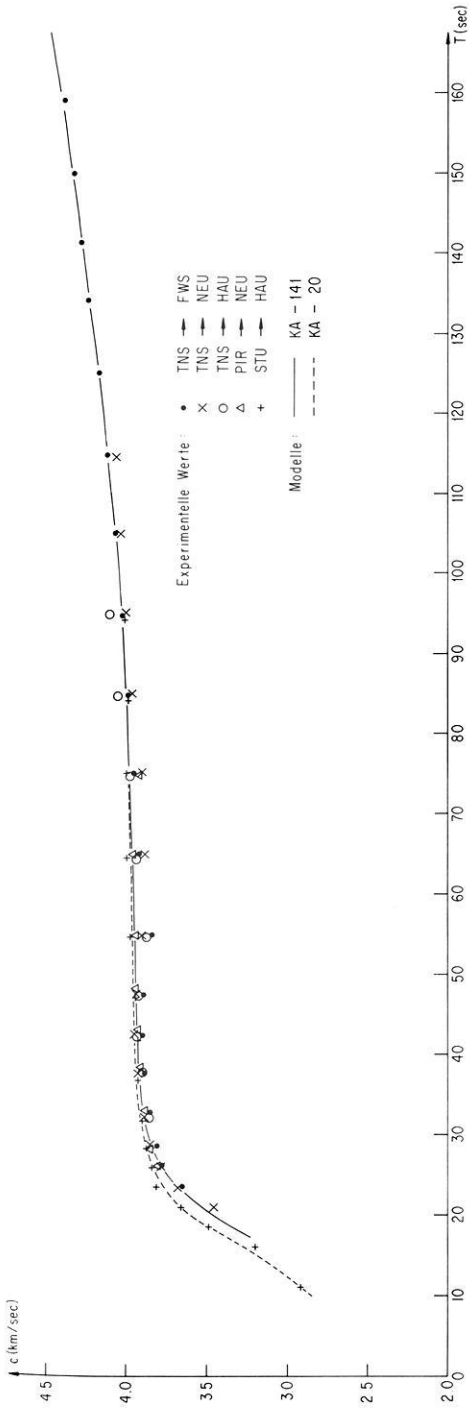


Abb. 12. Experimentelle Phasengeschwindigkeiten für die Grundmode der Rayleigh-Wellen im Riftsystem um den Rheingraben. Die theoretischen Dispersionskurven beziehen sich auf die Krusten-Mantel-Modelle KA-20 und KA-141 (s. Abb. 13)

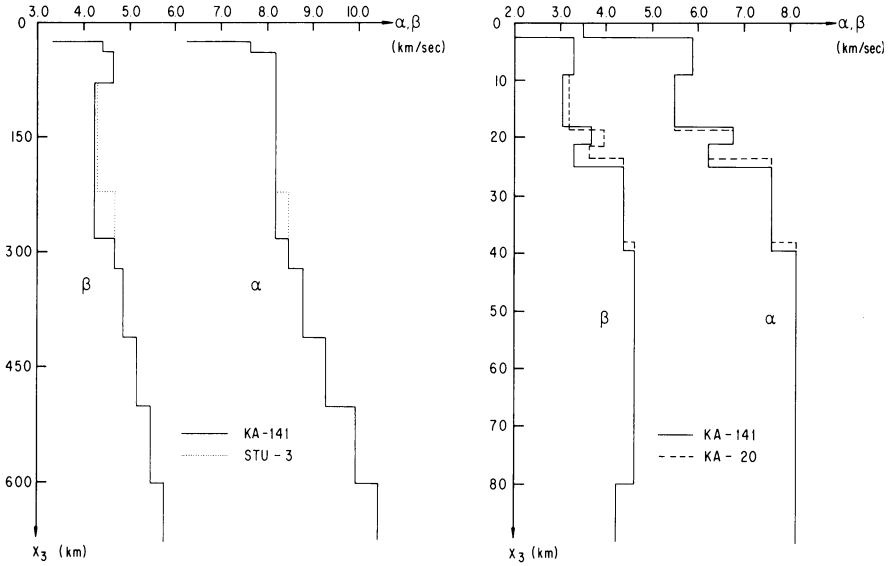


Abb. 13. Tiefenfunktionen der P - und S -Geschwindigkeiten für die Modelle KA-141, KA-20 und STU-3

Furtwangen (FWS), Taunus (TNS)–Neuchâtel (NEU), Taunus (TNS)–Haudompré (HAU) und Pirmasens (PIR)–Neuchâtel (NEU) (s. Abb. 10). Aus den Mittelwerten dieser vier Profile wurde das Krusten-Mantel-Modell KA-141 (Abb. 13) für die Grabenachse abgeleitet. Verglichen mit dem Modell STU-3 für das Alpenvorland, wo die untere Begrenzung der Mantel-Inversionszone nicht festgelegt werden konnte, ergibt sich hier eine Mächtigkeit des Asthenosphären-Kanals von ungefähr 200 km bei einer leicht erniedrigten S -Geschwindigkeit von etwa 4.25 km/s (s. Abb. 15). Für die quer zum Graben verlaufende Stationslinie Stuttgart (STU)–Haudompré (HAU) wurde das Krustenmodell KA-20 (Abb. 13) gefunden, das nur geringfügig von dem Modell KA-30 (Seidl et al., 1970) abweicht. Aus Abbildung 13 (rechts) sieht man, daß die S -Geschwindigkeiten des Modells KA-20 in der Kruste durchweg höher sind als für das Modell KA-141. Dies scheint darauf hinzudeuten, daß die S -Geschwindigkeiten gegen den Rand des Rift-systems hin zunehmen.

Um Aussagen über den tieferen Bereich des Asthenosphären-Kanals in Europa zu gewinnen, hat Seidl (1971) die Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten langperiodischer Rayleigh-Wellen entlang der transeuropäischen Stationslinie Malaga (MAL)–Kopenhagen (COP) gemessen (s. Abb. 15). Es wurden die Aufzeichnungen eines Bebens bei den südlichen Sandwich-Inseln von 10 Stationen (9 europäische WWSS-Stationen sowie die Station Pirmasens im Rheingraben) analysiert. Die Ausbreitungsrichtung der Rayleigh-Wellen lag annähernd parallel zur Linie Malaga–Kopenhagen. Durch Inversion der experimentellen Dispersionsdaten (Abb. 14, oben) der Phasengeschwindigkeit c (für das Stationsnetz Malaga–Valentia/Irland–Stuttgart–Kopenhagen) bzw. der Gruppengeschwindigkeit U (für das Stationsdreieck Malaga–Stuttgart–Kopenhagen) mit der „Hedgehog“-Methode (s. Abschnitt 5) konnte das Modell KA-100 abgeleitet werden, dessen

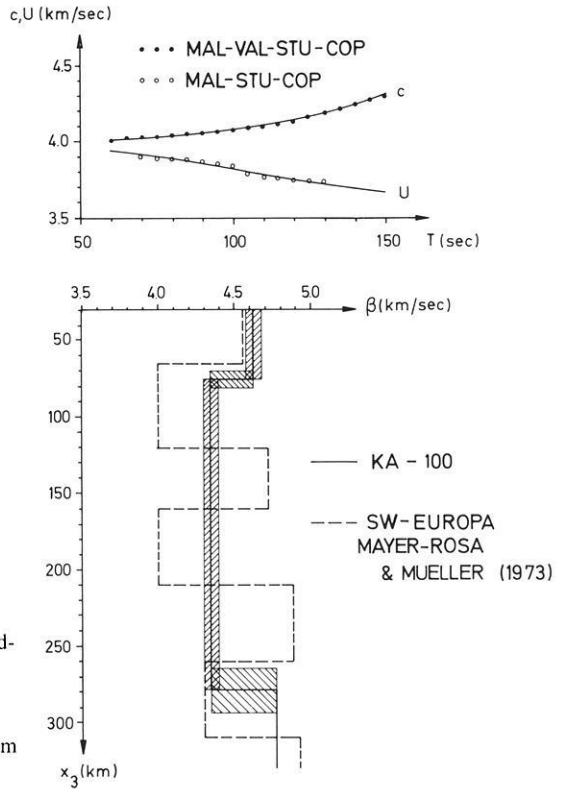


Abb. 14. Experimentelle Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten für die Grundmode der Rayleigh-Wellen entlang der transeuropäischen Stationslinie Malaga-Kopenhagen. Die theoretischen Dispersionskurven (ausgezogen) entsprechen dem Modell KA-100

S-Geschwindigkeiten im Tiefenbereich 30 km (Krusten-Mantel-Grenze) bis 300 km in Abbildung 14 (unten) wiedergegeben sind. Die ausgezogenen Kurven in Abbildung 14 (oben) sind die theoretischen Dispersionskurven der Phasen- bzw. Gruppengeschwindigkeit des Modells KA-100. Die schraffierte Variationsbreite entspricht einem mittleren Fehler der experimentellen Phasengeschwindigkeiten von ± 0.03 km/s. Die Mächtigkeit der Lithosphäre beträgt demnach etwa (75 ± 5) km, die S-Geschwindigkeit in der Deckschicht (4.63 ± 0.05) km/s, die mittlere S-Geschwindigkeit im Asthenosphären-Kanal (4.34 ± 0.05) km/s. Die Untergrenze des Kanals liegt in einer Tiefe von etwa 280 km. Eine Untersuchung der lateralen Konsistenz des Modells KA-100 durch Variation des Stationsnetzes zeigt, daß dieses Modell als ein repräsentativer Mittelwert für einen regionalen Streifen quer durch Europa parallel zur Linie Malaga – Kopenhagen angesehen werden kann (s. Abb. 15). Abbildung 14 zeigt weiter einige Ergebnisse von Laufzeituntersuchungen an Raumwellen. Besonders bemerkenswert ist die Übereinstimmung der Kanal-Geschwindigkeit des Modells KA-100 (4.34 km/s) mit der über den Tiefenbereich von 65–310 km gemittelten S-Geschwindigkeit (4.33 km/s) des von Mayer-Rosa und Müller (1973) abgeleiteten Modells SW-Europa. Wie die numerischen Experimente aus Abbildung 9 zeigen, sind beide Modelle hinsichtlich der Signalverformung der Rayleigh-Grundmode für Stationsabstände um 2000 km (der Abstand Malaga – Kopenhagen beträgt etwa



Abb. 15. Zusammenstellung publizierter Ergebnisse von Phasengeschwindigkeitsmessungen nach der Zwei-Stationen-Methode für die Grundmode der Rayleigh-Wellen in Europa (Karte aus der Illustrierten Stern). Die Zahlenpaare bedeuten die Mittelwerte der Lithosphärenmächtigkeit bzw. der mittleren S-Geschwindigkeit im Asthenosphären-Kanal für jede Stationslinie

2500 km) äquivalent. Einen Überblick über die bis jetzt bekannten Mittelwerte der Lithosphärenmächtigkeit und der S-Geschwindigkeit im Asthenosphärenkanal in Europa gibt Abbildung 15. Man kann daraus entnehmen, daß die Struktur des oberen Mantels in Europa deutliche regionale Änderungen aufweist.

Absorptionsmessungen

Obwohl die Kenngrößen seismischer Oberflächenwellen günstige Voraussetzungen für Absorptionsmessungen gewährleisten sollten (Anderson et al., 1965), ist es

erst in jüngster Zeit gelungen, einigermaßen konsistente Beobachtungsdaten für den spezifischen Gütefaktor Q_x abzuleiten (Burton, 1974). Die von Anderson et al., (1965), Ben-Menahem (1965), Marshall und Carpenter (1966), Kanamori (1970) sowie Smith (1972) und anderen Autoren publizierte Q_x -Daten zeigen sehr starke Streuungen, die sich nicht allein durch Beobachtungsfehler erklären lassen. Nach Überlegungen von Reiter (1973) könnten Energieverluste durch Reflexion, Refraktion und Modenkonzersion an lateralen Inhomogenitäten in der Kruste und im Mantel einen entscheidenden Einfluß auf die Streuung der Absorptionsdaten von Oberflächenwellen und Eigenschwingungen ausüben. Trotz der noch sehr unvollständigen Beobachtungswerte lassen sich einige pauschale Aussagen über die anelastischen Eigenschaften des oberen Mantels machen. Die von Anderson, Ben-Menahem und Archambeau (1965) bzw. Smith (1972) abgeleiteten Modelle MM-8 bzw. LSM zeigen, daß der Asthenosphären-Kanal eine Zone erhöhter Absorption (erniedrigter Q -Werte) ist. Der Übergang zu den hohen Q -Werten im Tiefenbereich bis etwa 800 km dürfte durch eine relativ starke Gradientenzone an der Untergrenze des Kanals charakterisiert sein. Einen entscheidenden Fortschritt konnte Burton (1974) durch eine kritische statistische Analyse der an Rayleigh-Wellen von starken Kernexplosionen gemessenen Q_x -Daten erzielen. Seine Ergebnisse enthalten einen ersten Hinweis auf signifikante regionale Variationen der Absorption seismischer Oberflächenwellen.

Zusammenfassende Darstellungen über Absorptionsmessungen an Oberflächenwellen enthalten die Übersichtsartikel von Knopoff (1964), Yamakawa und Satō (1964), Satō (1967) und Smith (1972).

Literatur

Die Literaturzusammenstellung enthält nur die im Text zitierten Publikationen. Bei einer Übersicht über ein so weitgefaßtes Thema ist es unmöglich, alle Veröffentlichungen zu berücksichtigen. Die Verfasser bitten um Verständnis für die teilweise subjektive Literatúrauswahl.

- Alexander, S.S.: Surface wave propagation in the Western United States. Ph. D. Thesis, Calif. Inst. of Tech., 242 p., 1963
- Alterman, Z., Jarosch, H., Pekeris, C.L.: Oscillations of the earth. Proc. Roy. Soc. (London) A, **252**, 80–95, 1959
- Alterman, Z., Jarosch, H., Pekeris, C.L.: Propagation of Rayleigh waves in the earth. Geophys. J. **4**, 219–241, 1961
- Anderson, D.L., Archambeau, C.B.: The anelasticity of the earth. J. Geophys. Res. **69**, 2071–2084, 1964
- Anderson, D.L., Ben-Menahem, A., Archambeau, C.B.: Attenuation of seismic energy in the upper mantle. J. Geophys. Res. **70**, 1441–1448, 1965
- Anderson, D.L., Toksöz, M.N.: Surface waves on a spherical earth, I. J. Geophys. Res. **68**, 3483–3500, 1963
- Andrianova, Z.A., Keilis-Borok, V.I., Levshin, A.L., Neiganz, M.G.: Seismic Love waves. Consultants Bureau, New York, 1965
- Backus, G., Gilbert, F.: Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems. Geophys. J. **13**, 247–276, 1967
- Backus, G., Gilbert, F.: The resolving power of gross earth data. Geophys. J. **16**, 169–205, 1968
- Backus, G., Gilbert, F.: Uniqueness in the inversion of gross earth data. Phil. Trans. Roy. Soc. London **266**, 123–192, 1970
- Ben-Menahem, A.: Radiation of seismic surface waves from finite moving sources. Bull. Seism. Soc. Am. **51**, 401–435, 1961

- Ben-Menahem, A.: Observed attenuation and Q values of seismic surface waves in the upper mantle. *J. Geophys. Res.* **70**, 4641 – 4651, 1965
- Ben-Menahem, A., Harkrider, D.G.: Radiation pattern of seismic surface waves from buried dipolar point sources in a flat stratified earth. *J. Geophys. Res.* **69**, 2605 – 2620, 1964
- Berckhemer, H., Müller, St., Sellevoll, M.: Die Krustenstruktur in Südwestdeutschland aus Phasengeschwindigkeitsmessungen an Rayleigh-Wellen. *Z. Geophys.* **27**, 151 – 163, 1961
- Berry, M.J., Knopoff, L.: Structure of the upper mantle under the western Mediterranean basin. *J. Geophys. Res.* **72**, 3613 – 3626, 1967
- Biot, M.A.: General theorems on the equivalence of group velocity and energy transport. *Phys. Rev.* **105**, 1129 – 1137, 1957
- Biswas, N.N.: Earth-flattening procedure for the propagation of Rayleigh waves. *Pure and Appl. Geophys.* **96**, 61 – 74, 1972
- Biswas, N.N., Knopoff, L.: Exact earth-flattening calculation for Love waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* **60**, 1123 – 1137, 1970
- Bloch, S., Hales, A.L.: New techniques for the determination of surface wave phase velocities. *Bull. Seism. Soc. Am.* **58**, 1021 – 1036, 1968
- Bolt, B.A.: Recent information on the earth's interior from studies of mantle waves and eigenvibrations. In: *Physics and chemistry of the earth*, Vol. 5, pp. 57 – 118, 1964
- Bolt, B., Dorman, J.: Phase and group velocities of Rayleigh waves in a spherical gravitating earth. *J. Geophys. Res.* **66**, 2965 – 2981, 1961
- Boore, D.M.: Love waves in nonuniform wave guides: Finite difference calculations. *J. Geophys. Res.* **75**, 1512 – 1528, 1970
- Boore, D.M.: Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials. In: *Methods in computational physics*, Vol. 11, *Seismology: Surface waves and earth oscillations*, pp. 1 – 37. London-New York: Academic Press 1972
- Brune, J.: Attenuation of dispersed wave trains. *Bull. Seism. Soc. Am.* **52**, 109 – 112, 1962
- Brune, J.N.: Surface waves and crustal structure. In: *The earth's crust and upper mantle*. *Geophys. Monograph* **13**, 230 – 242, 1969
- Brune, J., Dorman, J.: Seismic waves and earth structure in the Canadian Shield. *Bull. Seism. Soc. Am.* **53**, 167 – 209, 1963
- Brune, J.N., Nafe, J.E., Oliver, J.E.: A simplified method for the analysis and synthesis of dispersed wave trains. *J. Geophys. Res.* **65**, 287 – 304, 1960
- Burton, P.W.: Estimation of Q_7^{-1} from seismic Rayleigh waves. *Geophys. J.* **36**, 167 – 189, 1974
- Capon, J.: High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *IEEE* **57**, 1408 – 1418, 1969
- Capon, J.: Analysis of Rayleigh wave multipath propagation at LASA. *Bull. Seism. Soc. Am.* **60**, 1701 – 1731, 1970
- Capon, J.: Comparison of Love and Rayleigh wave multipath propagation at LASA. *Bull. Seism. Soc. Am.* **61**, 1327 – 1344, 1971
- Capon, J., Evernden, J.F.: Detection of interfering Rayleigh waves at LASA. *Bull. Seism. Soc. Am.* **61**, 807 – 849, 1971
- Capon, J., Greenfield, R.J., Kolker, R.J.: Multidimensional maximum likelihood processing of a large aperture seismic array. *IEEE* **55**, 192 – 211, 1967
- Cooley, J.W., Tukey, J.W.: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Math. of Comp.* **19**, 297 – 301, 1965
- Der, Z.A., Landisman, M.: Theory of errors, resolution and separation of unknown variables in inverse problems, with applications to the mantle and the crust in southern Africa and Scandinavia. *Geophys. J.* **27**, 137 – 178, 1972
- Der, Z., Massé, R., Landisman, M.: Effects of observational errors on the resolution of surface waves at intermediate distances. *J. Geophys. Res.* **75**, 3399 – 3409, 1970
- Dorman, J.: Seismic surface wave data on the upper mantle. In: *The Earth's crust and upper mantle*. *Geophys. Monograph* **13**, 257 – 265, 1969
- Dorman, J., Ewing, M.: Numerical inversion of seismic surface wave dispersion data and crust-mantle structure in the New York-Pennsylvania area. *J. Geophys. Res.* **67**, 5227 – 5242, 1962
- Dorman, J., Ewing, M., Oliver, J.: Study of shear-velocity distribution in the upper mantle by mantle Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* **50**, 87 – 115, 1960
- Drake, L.A.: Love and Rayleigh waves in nonhorizontally layered media. *Bull. Seism. Soc. Am.* **62**, 1241 – 1258, 1972

- Drake, L.A.: Rayleigh waves at a continental boundary by the finite element method. *Bull. Seism. Soc. Am.* **62**, 1259–1268, 1972
- Drake, L.A., Mal, A.K.: Love and Rayleigh waves in the San Fernando Valley. *Bull. Seism. Soc. Am.* **62**, 1673–1690, 1972
- Dunkin, J.W.: Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies. *Bull. Seism. Soc. Am.* **55**, 335–358, 1965
- Dziewonski, A.: On regional differences in dispersion of mantle Rayleigh waves. *Geophys. J.* **22**, 289–325, 1970
- Dziewonski, A.: Upper mantle models from “pure-path” dispersion data. *J. Geophys. Res.* **76**, 2587–2601, 1971
- Dziewonski, A., Bloch, S., Landisman, M.: A technique for analysis of transient seismic signals. *Bull. Seism. Soc. Am.* **59**, 427–444, 1969
- Dziewonski, A., Hales, A.L.: Numerical analysis of dispersed seismic waves. In: *Methods in computational physics, Vol. 11, Seismology: Surface waves and earth oscillations*, pp. 39–85. London-New York: Academic Press 1972
- Dziewonski, A., Landisman, M.: Great circle Rayleigh and Love dispersion from 100 to 900 seconds. *Geophys. J.* **19**, 37–91, 1970
- Dziewonski, A., Landisman, M., Bloch, S., Satô, Y., Asano, S.: Progress report on recent improvements in the analysis of surface wave observations. *J. Phys. Earth* **16**, Special Issue, 1–26, 1968
- Dziewonski, A., Mills, J., Bloch, S.: Residual dispersion measurement—a new technique of surface wave analysis. *Bull. Seism. Soc. Am.* **62**, 129–139, 1972
- Ewing, W.M., Jardetzky, W.S., Press, F.: *Elastic waves in layered media*, 380 p. New York: McGraw-Hill 1957
- Ewing, M., Müller, St., Landisman, M., Satô, Y.: Transient analysis of earthquake and explosion arrivals. *Pure and Appl. Geophys.* **44**, 83–118, 1959
- Fischer, F.A.: *Einführung in die statistische Übertragungstheorie*. BI-Hochschultaschenbuch, Bibliographisches Institut Mannheim 1969
- Futterman, W.: Dispersive body waves. *J. Geophys. Res.* **67**, 5279–5291, 1962
- Gerver, M.: The inverse problem of seismology. *Tectonophysics* **13**, 483–496, 1972
- Gerver, M.L., Kazhdan, D.A.: Finding a velocity profile from a Love wave dispersion curve: Problems of uniqueness. In: *Computational seismology*, V.I. Keilis-Borok, ed., pp. 179–186. New York-London: Consultants Bureau 1972
- Gilbert, F., Backus, G.E.: Propagator matrices in elastic wave and vibration problems. *Geophysics* **31**, 326–332, 1966
- Gilbert, F., Backus, G.: Approximate solutions to the inverse normal mode problem. *Bull. Seism. Soc. Am.* **58**, 103–131, 1968
- Gilbert, F., MacDonald, G.J.F.: Free oscillations of the earth, I: Toroidal oscillations. *J. Geophys. Res.* **65**, 675–693, 1960
- Goodman, N.R.: Measuring amplitude and phase. *J. Franklin Inst.* **260**, 437–450, 1960
- Harkrider, D.G.: Surface waves in multilayered elastic media. Part I: Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered elastic halfspace. *Bull. Seism. Soc. Am.* **54**, 627–679, 1964
- Harkrider, D.G.: Surface waves in multilayered elastic media. Part II: Higher mode spectra and spectral ratios from point sources in plane layered earth models. *Bull. Seism. Soc. Am.* **60**, 1937–1987, 1970
- Harkrider, D.G., Anderson, D.L.: Surface wave energy from point sources in plane layered earth models. *J. Geophys. Res.* **71**, 2967–2980, 1966
- Haskell, N.A.: The dispersion of surface waves in multilayered media. *Bull. Seism. Soc. Am.* **43**, 17–34, 1953
- Haskell, N.A.: Radiation pattern of surface waves from point sources in a multilayered medium. *Bull. Seism. Soc. Am.* **54**, 377–393, 1964
- Haskell, N.A.: Total energy and energy spectral density of elastic waves radiation from propagating faults. *Bull. Seism. Soc. Am.* **54**, 1811–1841, 1964
- Haskell, N.A.: Total energy and energy spectral density of elastic waves radiation from propagating faults. Part II: A statistical source model. *Bull. Seism. Soc. Am.* **56**, 125–140, 1966
- Hudson, J.A., Knopoff, L.: Transmission and reflection of surface waves at a corner—1. Love waves. *J. Geophys. Res.* **69**, 275–280, 1964
2. Rayleigh waves (theoretical). *J. Geophys. Res.* **69**, 281–289, 1964

- Iyer, H.M.: A frequency-velocity-energy diagram for the study of dispersive surface waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* **54**, 183–190, 1964
- Jackson, D.D.: Marginal solutions to quasi-linear inverse problems in geophysics: The edgehog method. *Geophys. J.* **35**, 121–136, 1973
- Jeans, J.H.: The propagation of earthquake waves. *Proc. Roy. Soc. (London) A*, **102**, 554–574, 1923
- Julian, B.R.: The effect of lateral heterogeneity upon surface wave propagation. *Semiannual Technical Report*, Lincoln Laboratory, 1 Jan.–30. June, 23–24, 1972
- Kanamori, H.: Velocity and Q of mantle waves. *Phys. Earth Planet. Interiors* **2**, 259–275, 1970
- Kausel, E., Schwab, F.: Contributions to Love wave transformation theory: Earth-flattening transformation for Love waves from a point source in a sphere. *Bull. Seism. Soc. Am.* **63**, 983–993, 1973
- Keilis-Borok, V.I., Yanovskaja, T.B.: Inverse problems of seismology (structural review). *Geophys. J.* **13**, 223–234, 1967
- Knopoff, L.: Green's function for eigenvalue problems and the inversion of Love wave dispersion data. *Geophys. J.* **4**, 161–173, 1961
- Knopoff, L.: Higher-order Born approximations for the inversion of Love wave dispersion. *Geophys. J.* **7**, 149–157, 1962
- Knopoff, L.: A matrix method for elastic wave problems. *Bull. Seism. Soc. Am.* **54**, 431–438, 1964
- Knopoff, L.: *Q. Rev. Geophys.* **2**, 625–660, 1964
- Knopoff, L.: Phase and group slowness in inhomogeneous media. *J. Geophys. Res.* **74**, 1701, 1969
- Knopoff, L.: Observation and inversion of surface wave dispersion. *Tectonophysics* **13**, 497–519, 1972
- Knopoff, L., Aki, K., Archambeau, C.B., Ben-Menahem, A., Hudson, J.A.: Attenuation of dispersed waves. *J. Geophys. Res.* **69**, 1655–1657, 1964
- Knopoff, L., Berry, M.J., Schwab, F.A.: Tripartite phase velocity observations in laterally heterogeneous regions. *J. Geophys. Res.* **72**, 2595–2601, 1967
- Knopoff, L., Hudson, J.A.: Transmission of Love waves past a continental margin. *J. Geophys. Res.* **69**, 1649–1653, 1964
- Knopoff, L., Mal, A.K.: Phase velocity of surface waves in the transition zone of continental margins. 1. Love waves. *J. Geophys. Res.* **72**, 1769–1776, 1967
- Knopoff, L., Mal, A.K., Alsop, L.E., Phinney, R.A.: A property of long-period Love waves. *J. Geophys. Res.* **75**, 4084–4086, 1970
- Knopoff, L., Müller, St., Pilant, W.L.: Structure of the crust and upper mantle in the Alps from the phase velocity of Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* **56**, 1009–1044, 1966
- Knopoff, L., Schlue, J.W.: Rayleigh wave phase velocities for the path Addis Ababa-Nairobi. *Tectonophysics* **15**, 157–163, 1972
- Knopoff, L., Schlue, J.W., Schwab, F.A.: Phase velocities of Rayleigh waves across the East Pacific Rise. *Tectonophysics* **10**, 321–324, 1970
- Knopoff, L., Schwab, F.A.: Apparent initial phase of a source of Rayleigh waves. *J. Geophys. Res.* **73**, 755–760, 1968
- Knopoff, L., Schwab, F.A., Kausel, E.: Interpretation of Lg. *Geophys. J.* **33**, 389–404, 1973
- Knopoff, L., Schwab, F.A., Schlue, J.W.: The dispersion of Rayleigh waves south of the Gulf of California. *Geophys. Int.* **9**, 39–52, 1969
- Kovach, R.L.: Seismic surface waves: Some observations and recent developments. In: *Physics and chemistry of the earth*, Vol. 6, pp. 251–314, 1965
- Kovach, R.L., Anderson, D.L.: Long-period Love waves in a heterogeneous spherical earth. *J. Geophys. Res.* **67**, 5243–5256, 1962
- Lamb, G.L.: The attenuation of waves in a dispersive medium. *J. Geophys. Res.* **67**, 5273–5277, 1962
- Lamb, H.: On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* **203**, 1–42, 1904
- Landisman, M., Dziewonski, A., Satô, Y.: Recent improvements in the analysis of surface wave observations. *Geophys. J.* **17**, 369–403, 1969
- Love, A.E.H.: *Some problems of geodynamics*. Cambridge University Press 1911
- Lysmer, J.: Lumped mass method for Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.* **60**, 89–104, 1970
- Lysmer, J., Drake, L.A.: The propagation of Love waves across nonhorizontally layered structures. *Bull. Seism. Soc. Am.* **61**, 1233–1251, 1971
- Lysmer, J., Drake, L.A.: A finite element method for seismology. In: *Methods in Computational*

- Physics, Vol. 11, Seismology: Surface waves and earth oscillations, pp. 181–216. London-New York: Academic Press 1972
- Macke, W.: Wellen. Ein Lehrbuch der Theoretischen Physik. Leipzig: Akadem. Verlagsges. 1962
- Mal, A. K., Knopoff, L.: Transmission of Rayleigh waves past a step change in elevation. *Bull. Seism. Soc. Am.* **55**, 319–334, 1965
- Mal, A. K., Knopoff, L.: Transmission of Rayleigh waves at a corner. *Bull. Seism. Soc. Am.* **56**, 455–466, 1966
- Marshall, P. D., Carpenter, E. W.: Estimations of Q for Rayleigh waves. *Geophys. J.* **10**, 549–550, 1966
- Mayer-Rosa, D., Müller, St.: The gross velocity-depth distribution of P - and S -waves in the upper mantle of Europe from earthquake observations. *Z. Geophys.* **39**, 395–410, 1973
- Müller, St., Ewing, M.: Synthesis of normally dispersed wave trains by means of linear system theory. *Lamont Geological Observatory, Contribution 559*, 230 p., 1962
- Oliver, J.: A summary of observed seismic surface wave dispersion. *Bull. Seism. Soc. Am.* **52**, 81–86, 1962
- Panza, G. F., Schwab, F. A., Knopoff, L.: Channel and crustal Rayleigh waves. *Geophys. J.* **30**, 273–280, 1972
- Panza, G. F., Schwab, F. A., Knopoff, L.: Multimode surface waves for selected focal mechanisms I. Dip-slip sources on a vertical fault plane. *Geophys. J.* **34**, 265–278, 1973
- Payo, G.: Structure of the crust and upper mantle in the Iberian shield by means of a long-period triangular array. *Geophys. J.* **20**, 493–508, 1970
- Pekeris, C. L.: Propagation of sound in the ocean. *Geol. Soc. Amer., Memoir 27*, 1–117, 1948
- Pestel, E. C., Leckie, F. A.: Matrix methods in elastomechanics. New York: McGraw-Hill 1963
- Pilant, W., Knopoff, L.: Observations of multiple seismic events. *Bull. Seism. Soc. Am.* **54**, 19–39, 1964
- Pilant, W. L., Knopoff, L.: Inversion of phase and group slowness dispersion. *J. Geophys. Res.* **75**, 2135–2136, 1970
- Press, F.: Determination of crustal structure from phase velocity of Rayleigh waves I: Southern California. *Bull. Geol. Soc. Am.* **67**, 1647–1658, 1956
- Press, F.: Earth models obtained by Monte Carlo inversion. *J. Geophys. Res.* **73**, 5223–5234, 1968
- Press, F.: Earth models consistent with geophysical data. *Phys. Earth Planet. Interiors* **3**, 3–22, 1970
- Press, F.: The earth's interior as inferred from a family of models. In: *The Nature of the Solid Earth*, E. C. Robertson, ed., pp. 147–171. New York: McGraw-Hill 1972
- Press, F., Harkrider, D. G., Seefeldt, C. A.: A fast convenient program for computation of surface wave dispersion curves in multilayered media. *Bull. Seism. Soc. Am.* **51**, 495–502, 1961
- Randall, M. J.: Fast programs for layered half-space problems. *Bull. Seism. Soc. Am.* **57**, 1299–1315, 1967
- Rayleigh, Lord: On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. *Proc. Math. Soc., London* **17**, 4–11, 1885
- Reichenbach, H., Müller, St.: Ein Krusten-Mantel-Modell für das Riftsystem um den Rheingraben, abgeleitet aus der Dispersion von Rayleigh-Wellen. In: *Approaches to Taphrogenesis*, H. J. Illies & K. Fuchs, eds., pp. 348–354. Stuttgart: Schweizerbart 1974
- Reiter, L.: Reflection, refraction and mode conversion of long-period surface waves and the measurement of Q^{-1} for free oscillations. *Bull. Seism. Soc. Am.* **63**, 1709–1722, 1973
- Saito, M.: Excitation of free oscillations and surface waves by a point source in a vertically heterogeneous earth. *J. Geophys. Res.* **72**, 3689–3699, 1967
- Satō, R.: Attenuation of seismic waves. *J. Phys. Earth* **15**, 32–61, 1967
- Satō, Y.: Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier Transform: Part 1. *Bull. Earthquake Res., Tokyo Univ.* **33**, 33–47, 1955
- Savarenski, E. F.: On the determination of group and phase velocities from observations. *Izvest. Akad. Nauk., Geophys. Ser.* **11**, 1550–1559, 1959
- Schneider, G., Müller, St., Knopoff, L.: Gruppengeschwindigkeitsmessungen an kurzperiodischen Oberflächenwellen in Mitteleuropa. *Z. Geophys.* **32**, 33–58, 1966
- Schwab, F.: Surface-wave dispersion computations: Knopoff's method. *Bull. Seism. Soc. Am.* **60**, 1491–1520, 1970
- Schwab, F., Knopoff, L.: Surface-wave dispersion computations. *Bull. Seism. Soc. Am.* **60**, 321–344, 1970

- Schwab, F., Knopoff, L.: Surface waves on multilayered anelastic media. *Bull. Seism. Soc. Am.* **61**, 893–912, 1971
- Schwab, F., Knopoff, L.: Fast surface wave and free mode computations. In: *Methods in Computational Physics*, Vol. 11, *Seismology: Surface waves and earth oscillations*, pp. 87–180. London-New York: Academic Press 1972
- Schwab, B. F., Knopoff, L.: Love waves and the torsional free modes of a multilayered anelastic sphere. *Bull. Seism. Soc. Am.* **63**, 1107–1117, 1973
- Seidl, D.: Spezielle Probleme der Theorie seismischer Oberflächenwellen mit Beobachtungsbeispielen aus Europa. Dissertation, Universität Karlsruhe, 105 p., 1971
- Seidl, D., Müller, St., Knopoff, L.: Dispersion von Rayleigh-Wellen in Südwestdeutschland und in den Alpen. *Z. Geophys.* **32**, 427–481, 1966
- Seidl, D., Reichenbach, H., Müller, St.: Dispersion investigations of Rayleigh waves in the Rhinegraben Rift System. In: *Graben Problems*, H. Illies and St. Müller, eds., pp. 203–206. Stuttgart: Schweizerbart 1970
- Smith, S. W.: The anelasticity of the mantle. *Tectonophysics* **13**, 601–622, 1972
- Takeuchi, H., Saito, M.: Seismic surface waves. In: *Methods in Computational Physics*, Vol. 11, *Seismology: Surface waves and earth oscillations*, pp. 217–295. Academic Press 1972
- Thomson, W. T.: Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *J. Appl. Phys.* **21**, 89–93, 1950
- Thrower, E. N.: The computation of the dispersion of elastic waves in layered media. *J. Sound Vib.* **2**, 210–226, 1965
- Toksöz, M. N., Anderson, D. L.: Phase velocities of long-period surface waves and structure of the upper mantle. 1. Great circle Love and Rayleigh wave data. *J. Geophys. Res.* **71**, 1649–1658, 1966
- Toksöz, M. N., Ben-Menahem, A.: Velocities of mantle Love and Rayleigh waves over multiple paths. *Bull. Seism. Soc. Am.* **53**, 741–764, 1963
- Tolstoy, I.: *Wave propagation*, 466 p. New York: McGraw-Hill 1973
- Tolstoy, I., Clay, C. S.: *Ocean acoustics*. New York: McGraw-Hill, 293 p., 1966
- Tolstoy, I., Usdin, E.: Dispersive properties of stratified elastic and liquid media: A ray theory. *Geophysics* **18**, 844–870, 1953
- Watson, T. H.: A note on fast computation of Rayleigh wave dispersion in the multilayered elastic half-space. *Bull. Seism. Soc. Am.* **60**, 161–166, 1970
- Weidner, D. H.: Rayleigh wave phase velocities in the Atlantic Ocean. *Geophys. J.* **36**, 105–139, 1974
- Wiggins, R.: The general linear inverse problem: Implications of surface waves and free oscillations for earth structure. *Rev. Geophysics* **10**, 251–285, 1972
- Yamakawa, N., Satô, Y.: *Q* of surface waves. *J. Phys. Earth* **12**, 5–18, 1964
- Zürn, W.: Analyse der Dispersion kurzperiodischer Oberflächenwellen im nördlichen Alpenvorland aus Magnetbandregistrierungen von Nahbeben. Dissertation, Universität Stuttgart, 110 p., 1970

Eingegangen am 27. April 1976