

Werk

Jahr: 1977

Kollektion: fid.geo

Signatur: 8 Z NAT 2148:

Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

Werk Id: PPN1015067948_0043

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948_0043

LOG Id: LOG_0116

LOG Titel: Planetarische Dynamos

LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN1015067948

PURL: <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948>

OPAC: <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=1015067948>

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Review Article

Planetarische Dynamos

M. Stix*

Universitäts-Sternwarte, Geismarlandstr. 11, D-3400 Göttingen, Bundesrepublik Deutschland

Planetary Dynamos

Abstract. A minimum magnetic Reynolds number of 10–100, deviation of the magnetic field from axial symmetry, and the presence of poloidal components of the material flow are the most important conditions for a self-excited spherical dynamo. The constraints which these conditions pose for the generation of the observed fields of Mercury, Earth and Jupiter are discussed. Theories of planetary dynamo action are reviewed, with particular emphasis on the model of Busse (1975b, 1976a), which incorporates the essential hydrodynamic properties of a rapidly rotating spherical system. The fact that a dynamo of this type tends to generate a steady magnetic field, and that its toroidal field components and therefore its energy requirements are moderate lends support to the geophysical application. In contrast, a dynamo with substantial non-uniform rotation as a basic ingredient may produce oscillatory fields and, due to large toroidal field components, may need more power than is available in the Earth's core. – Jupiters luminosity of $5 \cdot 10^{17}$ W is transferred by convection in the planet's interior and provides an ample energy source for its dynamo, but little can be said about Mercury, mainly because the very existence of a liquid core is presently not known.

Key words: Dynamo theory – Planetary magnetism – Planetary interiors.

1. Einleitung

Carl Friedrich Gauß zeigte in seiner 1839 erschienenen *Allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus*, daß das Magnetfeld der Erde seine Quellen im Erdinneren haben müsse. Den Beweis führte er mit Hilfe der Potentialtheorie und der Zerlegung des Feldes nach Kugelflächenfunktionen, Y_n^m , wobei die damaligen Messungen eine Entwicklung bis zum Grad $n=4$ zuließen. Heute wird das „International Geophysical Reference Field“ bis zum Grad $n=8$ entwickelt (Zmuda, 1971, p. 186; IAGA, 1976), und sogar Entwicklungen bis $n=12$ liegen vor (Barraclough et al., 1975).

* Jetzt: Fraunhofer-Institut, Schöneckstr. 6, D-7800 Freiburg

Seit der *Merkur*-Mission von Mariner 10, insbesondere seit dem 3. Vorbeiflug am 16.3.1975, wissen wir, daß auch dieser Planet ein Magnetfeld besitzt. Wie bei der Erde wurde die Zerlegung in inneren und äußeren Anteil durchgeführt (Ness et al., 1976), wenn auch nur das jeweils erste Glied der Entwicklung bestimmt werden konnte: ein (innerer) Dipol mit einer äquatorialen Feldstärke von 330γ und ein (äußeres) homogenes Feld von 18γ ($1 \gamma = 10^{-5}$ Gauß = 10^{-9} Tesla). Ebenso besitzt *Jupiter* ein Magnetfeld. Dieses war schon seit der Entdeckung der nicht-thermischen Komponente seiner Radioemission bekannt (Burke und Franklin, 1955; siehe auch Carr und Gulkis, 1969); es wurde durch die Vorbeiflüge von Pionier 10 und 11 am 3.12.1973 bzw. 3.12.1974 bestätigt. Smith et al. (1975) sowie Acuna und Ness (1976) entwickelten Jupiters Feld bis zum Oktupol ($n=3$); die äquatoriale Feldstärke des Dipolanteils beträgt 4 Gauß, die äußeren Anteile sind um mehrere Größenordnungen kleiner.

In den folgenden Abschnitten wird davon ausgegangen, daß die Magnetfelder von Merkur, Erde und Jupiter ihren Ursprung im Inneren dieser Planeten haben. Dabei soll insbesondere die Dynamo-Hypothese diskutiert werden. Als Alternative käme günstigstenfalls für Merkur noch permanente Magnetisierung in Frage. Für die Erde scheidet diese Möglichkeit aus, da schon in ~ 50 km unter der Erdoberfläche die Curie-Temperatur von Magnetit (575°C) überschritten wird, andererseits aus dem Spektrum der regionalen erdmagnetischen Anomalien geschlossen werden kann, daß sich die Quellen des Hauptfeldes in größerer Tiefe befinden. Außerdem läßt die Säkular-Variation des Erdmagnetfeldes die plausible Deutung zu, daß im flüssigen äußeren Kern Strömungen stattfinden, und daß wegen der elektrischen Leitfähigkeit das Magnetfeld an diesen Strömungen teilnimmt.

Jupiter besitzt nach neueren Modellrechnungen (Podolak und Cameron, 1974) nur in seinem Zentrum einen festen Kern von 13000 km Durchmesser. Die Temperatur liegt dort über 15000 K, also sicher über der Curie-Temperatur. Auch für Merkur ist permanenter Magnetismus eine wenig attraktive Hypothese; denn schon 100–200 km unter seiner Oberfläche beträgt die Temperatur nach Modellrechnungen von Siegfried und Solomon (1974) $\sim 500^\circ\text{C}$. Wegen der Unsicherheit der Existenz eines *flüssigen* Kerns (vergl. die Diskussion im nächsten Abschnitt) bleibt jedoch die Anwendbarkeit der Dynamotheorie auf Merkur fraglich. Möglicherweise ist das gegenwärtige Feld von Merkur auf permanente Magnetisierung in oberflächennahen Schichten zurückzuführen, die ihrerseits durch ein in früheren Entwicklungsstadien stärkeres interplanetares Feld erzeugt worden sein könnte.

Qualitativ kann man sich den Dynamovorgang in folgender Weise vorstellen: In einem elektrisch leitfähigen Medium treten materielle Strömungen auf, die Komponenten quer zu einem Magnetfeld besitzen. Dadurch wird ein elektrisches Feld induziert, was wiederum einen elektrischen Strom nach sich zieht. Verstärkt das diesen Strom begleitende Magnetfeld das ursprüngliche Feld, so haben wir einen selbsterregten Dynamo vor uns. Das Magnetfeld kann dann ohne äußere Quellen (d.h. Ströme) aufrechterhalten bleiben. Dieser Vorgang, der sowohl stationär als auch periodisch ablaufen kann, findet in jeder Dynamomaschine Anwendung. Trotzdem ist nicht von vornherein klar, ob und wie Dynamos in Planeten wirksam sind. Denn der elektrische Strom fließt in der

Dynamomaschine durch ein kompliziertes, mehrfach zusammenhängendes Windungssystem, während ihm in Planeten eine einfach zusammenhängende Kugel oder Kugelschale zur Verfügung steht, die einen beliebigen Kurzschluß zuläßt. Herzenberg (1958) und Backus (1958) zeigten als erste die Möglichkeit eines solchen „homogenen“ Dynamos; seitdem sind eine ganze Reihe von Lösungen des Problems gefunden worden, die z.B. in den Übersichtsartikeln von Roberts (1971), Gubbins (1974) und Moffatt (1976) beschrieben werden.

Obwohl in der Vergangenheit eine große Anzahl von Umpolungen des irdischen Feldes stattgefunden hat (z.B. Bullard, 1968), sind wir im Falle der Erde zunächst an einer *stationären* Lösung des Dynamoproblems interessiert: die natürliche Abklingzeit eines elektrischen Stromes im Erdkern beträgt nur 10^4 bis 10^5 Jahre, während das Intervall zwischen zwei Umpolungen oft 10^6 und mehr Jahre dauerte.

2. Notwendige Bedingungen

Wir verzichten zunächst auf dynamische Betrachtungen und behandeln die Geschwindigkeit, \mathbf{u} , als vorgegebene Größe. Zur Beschreibung des so definierten *kinematischen* Dynamoproblems verwenden wir die Maxwell'schen Gleichungen

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{B}, \quad (2)$$

und das Ohmsche Gesetz für bewegte Leiter

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

wobei \mathbf{E} die elektrische Feldstärke, \mathbf{B} die magnetische Flußdichte, \mathbf{j} die Dichte des elektrischen Stromes, σ die elektrische Leitfähigkeit und μ die Permeabilität bedeutet. Gleichung (2) wird in der magnetohydrodynamischen Näherung, d.h. ohne Verschiebungsstrom, verwendet; damit verzichten wir auf die Beschreibung von elektromagnetischen Wellen. Elimination von \mathbf{E} und \mathbf{j} aus den Gleichungen (1)–(3) ergibt die bekannte Induktionsgleichung,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \operatorname{rot} \frac{1}{\mu \sigma} \operatorname{rot} \mathbf{B} \quad (4)$$

Gleichung (4) wird ergänzt durch die Randbedingungen

$$\mathbf{B} \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty \quad (5)$$

und

$$\mathbf{B} \leftrightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty \quad (6)$$

d.h. \mathbf{B} muß im Unendlichen verschwinden (da kein magnetischer Monopol existiert, muß dies mindestens wie r^{-3} geschehen), soll aber im Laufe der Zeit nicht auf 0 abfallen.

Das durch (4)–(6) definierte Teilproblem verlangt zu seiner Lösung die Befriedigung einiger notwendiger Bedingungen, die als solche natürlich auch für das Gesamtproblem gültig bleiben:

a) Die magnetische Reynolds-Zahl, $R_m = \mu \sigma u l$, wobei u eine charakteristische Geschwindigkeit und l eine charakteristische Länge des Systems ist, darf einen kritischen Wert von der Größenordnung 1 nicht unterschreiten. Anschaulich bedeutet dies, daß der durch den ersten Summand auf der rechten Seite von (4) beschriebene Feldaufbau die durch den zweiten Summand beschriebene Dissipation überwiegen muß. Für eine Kugel vom Radius l fand Childress (1969)

$$\mu \sigma u l \geq \pi, \quad (7)$$

wobei u die maximale Relativgeschwindigkeit in der Kugel ist, während Backus (1958) die Bedingung

$$\mu \sigma \max \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) l^2 \geq \pi^2 \quad (8)$$

ableitete, in der zum Ausdruck kommt, daß *Scherung* ($\partial u / \partial x$) für den Induktionsprozeß wesentlich ist.

Der kritische Wert von R_m hängt im Einzelfall von der speziellen Wahl des Geschwindigkeitsfeldes, \mathbf{u} , ab. Die von Pekeris et al. (1973) angegebenen Lösungen erfordern magnetische Reynoldszahlen zwischen 15 und 100; Kumar und Roberts (1975) finden sogar noch höhere kritische Reynoldszahlen.

Für die Erde ist $l = 3,48 \cdot 10^6$ m, der Radius des äußeren Kerns (z.B. Jacobs, 1975, p. 35f.). Deutet man die West-Trift des geomagnetischen Feldes von ca. $0,2^\circ$ pro Jahr als Strömung flüssiger Materie im äußeren Kern, an welcher das Feld teilnimmt, so ergibt sich eine Relativgeschwindigkeit $u \sim 4 \cdot 10^{-4}$ m/s. Wir können annehmen, daß dies ein typischer Wert für die im Erdkern auftretenden Strömungen ist. Benutzen wir noch die Leitfähigkeit von geschmolzenem Eisen, extrapoliert auf Druck und Temperatur des äußeren Kerns (Gardiner und Stacey, 1971), so ist $\sigma = 5 \cdot 10^5$ S/m; mit $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m erhalten wir dann $R_m \sim 800$. Trotz der Unsicherheit in der Bestimmung von Geschwindigkeit und elektrischer Leitfähigkeit scheint also die Größe der magnetischen Reynoldszahl kein Hindernis für den Geodynamo darzustellen.

Bei Jupiter ist dies noch unwahrscheinlicher: Nach Modellrechnungen von Podolak und Cameron (1974) hat dieser Planet eine Zone von atomarem, metallischem Wasserstoff (vgl. Abb. 1) mit einem Radius von $l = 4,95 \cdot 10^7$ m. In dieser Zone befinden sich die Elektronen im entarteten Zustand, und die elektrische und thermische Leitfähigkeit hängen über das Wiedemann-Franzsche Gesetz zusammen. Nach Hubbard (1968) ist $\sigma \sim 3 \cdot 10^{20} \rho^{4/3} / T$ e.s.u. Typische Dichte- und Temperaturwerte in der metallischen Zone sind 2 g cm^{-3} bzw. 15000 K (Podolak und Cameron, 1974). Damit wäre $\sigma \sim 5 \cdot 10^6$ S/m; Hubbard und Smoluchowski (1973) benutzen jedoch einen um einen Faktor 10 kleineren

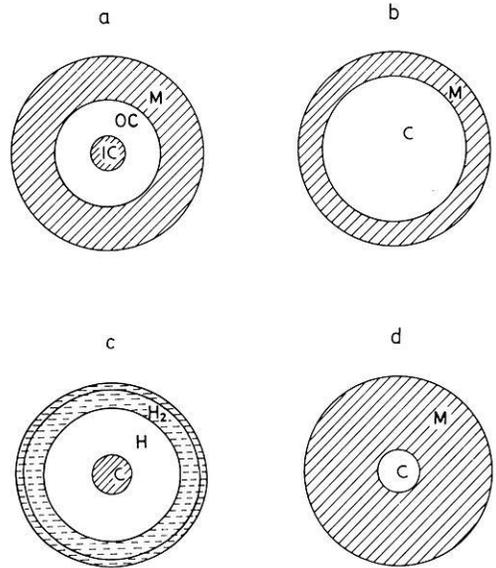


Abb. 1 a – d. Querschnitte von Planeten.

a Erde: *M* Mantel, *OC* äußerer Kern, *IC* innerer Kern;

b Merkur: *M* Mantel, *C* Kern (nach Siegfried und Solomon, 1974);

c Jupiter: H_2 Molekularer Wasserstoff und Übergangszone, *H* atomarer, metallischer Wasserstoff, *C* Kern (nach Podolak und Cameron, 1974);

d Mond: *M* Mantel, *C* Kern. (Nach Runcorn, 1975)

Wert, da der metallische Wasserstoff erstens mit Helium vermischt ist und zweitens diese Legierung nicht fest, sondern flüssig vorliegt. Jupiter besitzt eine Leuchtkraft von $\sim 5 \cdot 10^{17} \text{ W}$ (Low, 1966; Aumann et al., 1969; Ingersoll et al., 1975). Der damit verbundene Energiestrom im Innern des Planeten führt zu thermischer Konvektion. Mit Hilfe der Mischungsweg-Theorie (Vitense, 1953) berechnen Hubbard und Smoluchowski (1973) Konvektionsgeschwindigkeiten $u \geq 0,1 \text{ m/s}$. Damit ergibt sich eine magnetische Reynoldszahl $R_m > 3 \cdot 10^6$. Selbst wenn man statt l die Dichte- oder Druck-Skalenhöhe verwendet, und die Unsicherheiten der Bestimmung von σ und u in Betracht zieht, liegt R_m noch reichlich über dem kritischen Wert.

Für *Merkur* reduziert sich die Frage nach der magnetischen Reynoldszahl auf das Problem der Existenz eines *flüssigen* Kerns. Nach Modellrechnungen von Siegfried und Solomon (1974) hängt diese vor allem von der Häufigkeit der radioaktiven Elemente Uran und Thorium sowie von der Anfangstemperatur bei der Bildung des Planeten ab. Existiert der Kern, so ist sein Radius nach Siegfried und Solomon (1974) 1838 km. Nach Überlegungen von Cassen et al. (1976) und Solomon (1976) könnte sich der Kern nach Abschluß der Differentiation gegenwärtig im Stadium der Abkühlung und Verfestigung befinden, wobei dieser Prozeß u.a. den Energiebedarf des Dynamos decken könnte (vgl. Abschnitt 5). Nehmen wir einmal an, der Kern sei geschmolzen, und verwenden für u und σ dieselben Werte wie bei der Erde, so ergibt sich eine magnetische Reynoldszahl, die etwa in der Größenordnung der für den Dynamo notwendigen Werte liegt.

Venus sollte wegen ihrer großen Erdähnlichkeit einen flüssigen Kern ähnlich dem Erdkern besitzen. Es könnte jedoch sein, daß infolge der relativ langsamen Rotation zu geringe Geschwindigkeiten im Kern auftreten, so daß R_m für den Dynamo zu klein ist. Ein aussichtsreicherer Kandidat ist *Saturn*, welcher wie

Jupiter eine Zone metallischen Wasserstoffs besitzt; dagegen fehlt eine solche Zone bei *Uranus* und *Neptun* (Podolak und Cameron, 1974).

Bei *Mars* ergeben Rechnungen von Binder und Davis (1973) einen Kern von 1250 km Radius. Nach Young und Schubert ist dieser jedoch durch Kriech-Konvektion im Mantel („solid state convection“) so stark gekühlt, daß die Temperatur unter dem Schmelzpunkt liegt (s.a. Jacobs, 1975, p. 220f.). Schließlich sei noch der *Mond* erwähnt: Zur Erklärung der Magnetisierung von Mondgestein hat Runcorn (1975) einen Kern mit einem in der ersten Entwicklungsphase des Mondes aktiven Dynamo vorgeschlagen (Abb. 1d); bei der Verfestigung des Kerns oder infolge des Unterschreitens der kritischen magnetischen Reynoldszahl konnte aber das Hauptfeld nicht länger aufrechterhalten werden. Allerdings gibt es bisher keinen direkten Nachweis für einen schweren Mondkern; ebensowenig deuten Modellrechnungen zur thermischen Entwicklung des Mondes auf die frühe Bildung eines Kerns durch Differentiation hin (Jacobs, 1975, p. 213f.; Lange, 1977).

b) Das durch den Dynamo produzierte Magnetfeld darf nicht axialsymmetrisch sein. Dieses in seiner ursprünglichen Form – für rein poloidale Felder und Strömungen – zuerst von Cowling (1933) bewiesene Theorem wurde in einer Reihe von Arbeiten verallgemeinert (Backus und Chandrasekhar, 1956; Cowling, 1957; Braginskii, 1964a; Lortz, 1968), welche insbesondere zeigten, daß nicht die Symmetrie der Geschwindigkeit, sondern die Symmetrie des *Magnetfeldes* den Dynamo verbietet. Z.B. fand Gubbins (1973) Lösungen des kinematischen Dynamoproblems für axialsymmetrische Strömungen.

Cowling (1933, p. 47) schloß aus seinem Theorem, daß die Magnetfelder von Sonnenflecken, sowie die allgemeinen Felder von Sonne und Erde, wegen ihrer nahezu axialsymmetrischen Form ihren Ursprung nicht selbstinduzierten Strömen verdanken könnten. Trotzdem hat Elsasser (1946) die Dynamotheorie des Erdmagnetfeldes wieder aufgegriffen, und heute ist bekannt, daß schon sehr geringe Abweichungen von der Axialsymmetrie einen Dynamo erlauben (Braginskii, 1964a, b, 1974). Solche Abweichungen sind allerdings eine wesentliche Voraussetzung.

Das Magnetfeld der Erde ist im Kern weit weniger axialsymmetrisch als an der Erdoberfläche. Dies zeigt anschaulich Abbildung 2, eine magnetische Karte für die Vertikalkomponente an der Oberfläche des äußeren Kerns. Unter der Annahme, daß die elektrischen Ströme im Mantel im Vergleich zu den Strömen im Kern vernachlässigt werden können, wurde das Feld bis zur Kern-Mantel-Grenze als Potentialfeld extrapoliert (Benton und Stix, 1976). Dabei wurde die Entwicklung des geomagnetischen Feldes für die Epoche 1975.0 von Barracough et al. (1975) bis zum Grad $n=8$ (Abb. 2a) bzw. $n=12$ (Abb. 2b) verwendet. Ein Vergleich der beiden Karten zeigt, daß die Konvergenz der Entwicklung schlecht ist; die Entwicklung muß sogar divergieren, falls Ströme in den Mantel übertreten. Jedoch kommt es hier nur darauf an, die starke Abweichung des Feldes von der Axialsymmetrie zu zeigen; eine vergleichbare Karte an der Erdoberfläche (Leaton, 1971, Fig. 5) zeigt im wesentlichen horizontale Kurven gleicher vertikaler Magnetfeldstärke.

Auch das Feld von Jupiter ist keineswegs axialsymmetrisch, auch nicht an

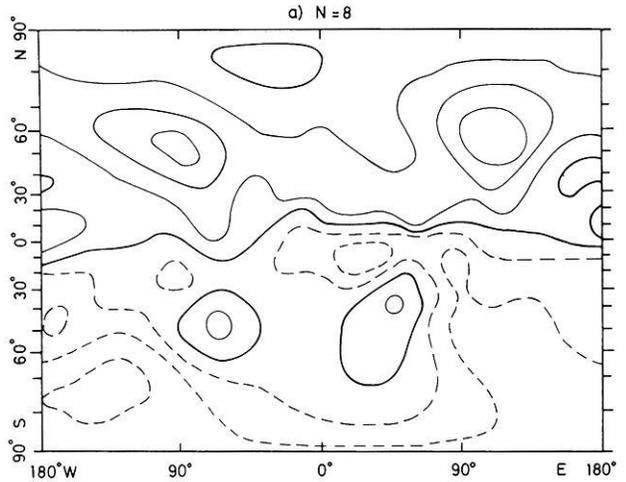
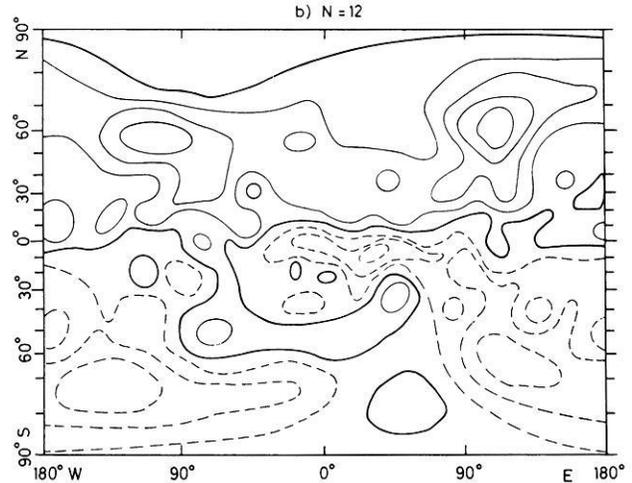


Abb. 2a und b. Kurven konstanter Vertikalkomponente Z (einwärts positiv) des bis zur Kern-Mantel-Grenze extrapolierten Erdmagnetfeldes 1975,0. Die Entwicklungskoeffizienten von Barraclough et al. (1975) wurden bis zum Grad $n=8$ (a) bzw. $n=12$ (b) benutzt (siehe auch Benton und Stix, 1976). Die neutrale Linie $Z=0$ ist dick gezeichnet, die Linien $Z = \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$ Gauß sind dünn, durchgezogen für positive und unterbrochen für negative Werte



der Oberfläche des Planeten (Smith et al., 1975; Acuna und Ness, 1976). Dagegen ist für Merkur, wie schon erwähnt, bisher nur der Dipolanteil bestimmbar (Ness et al., 1976). Sollte sich Merkurs Feld eines Tages mit hoher Genauigkeit als axialsymmetrisch erweisen, so spräche dies in der Tat gegen den Dynamo.

c) Die für den Dynamo verantwortliche Strömung darf nicht rein toroidal sein, d.h. die Stromlinien dürfen nicht ganz auf Kugelflächen liegen. Dieses von Elsasser (1946) entdeckte, und von Bullard und Gellman (1954) bewiesene Theorem verbietet zum Beispiel einen Dynamo, der nur aufgrund differentieller Rotation arbeitet, so wirksam diese in der Produktion toroidalen magnetischen Flusses auch sein mag.

Das Theorem gilt für eine Kugel oder Kugelschale, in der die elektrische Leitfähigkeit σ konstant ist oder nur vom Zentrumsabstand r abhängt. Ein

differentiell rotierender Zylinder ist dadurch nicht als Dynamo ausgeschlossen und wurde tatsächlich von Vainshtein (1975) als solcher vorgeschlagen; dieser Dynamo konnte jedoch von Roberts und Stix (1976) nicht bestätigt werden. Auch der von Vainshtein (1976, private Mitteilung) vorgeschlagene sphärische Dynamo mit differentieller Rotation und breitenabhängiger elektrischer Leitfähigkeit ist bisher nicht realisiert. Falls er funktioniert, könnte man versuchen, ihn auf die Sonne und auf Planeten mit Konvektionszonen, z.B. Jupiter, anzuwenden. Denn turbulente Konvektion reduziert die effektive elektrische Leitfähigkeit (Steenbeck, 1963; Rädler, 1968a und b; Parker, 1971a) durch Reduktion der räumlichen Skala des Magnetfeldes; da der Einfluß der Rotation auf die Konvektion mit der Breite variiert, sollte dies auch die effektive Leitfähigkeit tun.

Elsasser's Theorem, auch „Toroidal-Theorem“ genannt (Busse, 1976b) verlangt, daß die Strömung eine radiale Komponente u_r besitzt. Für diese leitete Busse (1975a) die Minimalbedingung

$$\mu \sigma \max(\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}) \geq (2E_p/E_M)^{1/2} \quad (9)$$

ab, in der E_M die gesamte Energie des Magnetfeldes und E_p die Energie des poloidalen Anteils bedeuten. In einem Dynamo, bei welchem poloidale und toroidale Felder von gleicher Größenordnung erzeugt werden, ist die rechte Seite der Bedingung (9) ~ 1 , d.h. die mit der radialen Komponente u_r gebildete magnetische Reynoldszahl muß >1 sein. Legt man die oben (unter a)) im Zusammenhang mit der Säkularvariation diskutierten Zahlenwerte zugrunde, ist dies für die Erde sicher der Fall. Noch leichter läßt sich das Kriterium (9) mit einem Dynamo erfüllen, für den aufgrund eines großen toroidalen Feldes $E_p \ll E_M$ gilt. Jedoch führt dies zu anderen Schwierigkeiten, die weiter unten besprochen werden sollen (Abschnitte 4, 5).

Ein naheliegender Grund für die Strömung \mathbf{u} , eine radiale Komponente zu besitzen, ist thermische Konvektion. Es wurde schon erwähnt, daß Jupiter aufgrund seiner Leuchtkraft konvektiv sein muß, und auch für Saturn wurden Modelle mit Konvektion berechnet (Hubbard, 1969; Podolak und Cameron, 1974).

Für die Erde ist thermische Konvektion auszuschließen, falls der Temperaturgradient im äußeren Kern kleiner als der adiabatische Gradient ist (Higgins und Kennedy, 1971). Dieses „Kern-Paradoxon“ beruht auf der Annahme, daß die Temperatur im äußeren Kern der Schmelztemperatur von flüssigem Eisen folgt, sowie auf einer extrapolierten Schmelzpunktkurve, welche mit wachsendem Druck langsamer ansteigt als die Adiabate. Andererseits erlauben Kennedy und Higgins (1973) thermische Konvektionen in einer 800 km tiefen Zone des äußeren Kerns, und Birch (1972) und Jacobs (1973) kommen ebenfalls zu dem Schluß, daß die Adiabate flacher als die Schmelzpunktkurve verläuft. Für den Fall der stabilen Schichtung des äußeren Kerns wurden von Bullard und Gubbins (1971) interne Wellen als Ursache des Geodynamos diskutiert. Allerdings unterliegt die mit solchen Wellen verbundene Radialkomponente u_r , der Geschwindigkeit einer zu (9) analogen Minimalbedingung. Gubbins (1975b) leitet diese ab für den Fall, daß neben den Wellen noch eine stationäre toroidale

Strömung im Kern existiert, und kommt zu dem Schluß, daß in den Kern eindringende Erdbebenwellen für den Dynamoprozeß nicht in Frage kommen: die Bedingung an u_r würde Amplituden erfordern, die mit an der Erdoberfläche meßbaren Schwerkraftanomalien von $\sim 2 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ verbunden wären. Langperiodische hydromagnetische Wellen (Braginskii, 1967) können allerdings mit diesem Argument nicht als Ursache des Dynamos ausgeschlossen werden. Weitere Alternativen zur thermischen Konvektion sollen im Abschnitt 5 im Zusammenhang mit der Energiebilanz des Dynamos diskutiert werden.

Neben den drei eben besprochenen notwendigen Kriterien für planetarische Dynamos existieren weitere Bedingungen. Hier sei nur noch auf die „Sinus-Kosinus-Regel“ von Braginskii (1964a) hingewiesen, die für den nicht-axialsymmetrischen Anteil \mathbf{u}'_p des Geschwindigkeitsfeldes verlangt, daß die Symmetrie

$$\mathbf{u}'_p(\phi) = -\mathbf{u}'_p(-\phi) \tag{10}$$

für *keine* Wahl des Nullpunkts der Länge ϕ erfüllt sein darf (siehe etwa Gubbins, 1973), d.h. daß in der Fourier-Entwicklung von \mathbf{u}'_p sowohl Sinus- als auch Kosinus-Glieder enthalten sein müssen. Schließlich seien noch die in der Liste der Anti-Dynamo-Theoreme von Jacobs (1975, p. 129) aufgeführten Dynamos mit rein poloidalem bzw. rein toroidalem Magnetfeld erwähnt, deren Unmöglichkeit bisher nicht bewiesen ist, worauf auch Busse (1977a) hingewiesen hat.

3. Geostrophisches Gleichgewicht

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Bedingungen diskutiert, die allein aus der (linearen) Induktionsgleichung und den Randbedingungen folgten, während die *Dynamik* des Geschwindigkeitsfeldes \mathbf{u} außer Betracht blieb. Im Inneren des Planeten stellt sich dieses nach Maßgabe der wirksamen Kräfte ein, d.h. man muß die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + 2\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{g} + \nu \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{\mu \rho} \text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B} \tag{11}$$

lösen. In Gleichung (11) ist \mathbf{u} die Geschwindigkeit relativ zu einem mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ rotierenden Koordinatensystem, \mathbf{g} ist die Schwerebeschleunigung, ρ die Dichte, p der Druck, welcher die Zentrifugalkraft mit enthält, und ν ist die kinematische Viskosität. Jedoch auch ohne die Gleichung zu lösen kann man für schnell rotierende Systeme wichtige Aussagen aus ihr gewinnen. Dabei handelt es sich insbesondere um das Proudman-Taylor-Theorem (Proudman, 1916; Taylor, 1921), dessen Bedeutung für die Bewegungen im Kern der Erde und der Planeten vor allem von Busse (1970, 1971, 1975b, 1976a) hervorgehoben wurde. Es besagt, daß unter Bedingungen, die im folgenden diskutiert werden sollen, die Geschwindigkeit \mathbf{u} nicht von der Koordinate z in Richtung der Rotationsachse abhängt:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = 0. \tag{12}$$

Das Proudman-Taylor-Theorem folgt aus (11), falls das Gleichgewicht im wesentlichen geostrophisch ist, d.h. alle Kräfte außer Druckgradient und Corioliskraft entweder nur eine untergeordnete Rolle spielen oder aber ein Potential haben. Zum ersten müssen also in (11) die Trägheits- und Reibungskräfte klein gegen die Corioliskraft sein, d.h. für die Rossby- und Ekman-Zahl muß gelten:

$$Ro \equiv \frac{u}{2\omega l} \ll 1, \quad (13)$$

und

$$E \equiv \frac{\nu}{\omega l^2} \ll 1. \quad (14)$$

Weiterhin muß die Strömung langsam veränderlich sein (bezüglich der Rotationsrate), so daß das Glied $\partial u/\partial t$ vernachlässigt werden kann, und sie muß barotrop sein, d.h. $\rho^{-1} \nabla p$ muß sich als Gradient schreiben lassen. Letzteres ist für konstante Dichte trivialerweise der Fall; im äußeren Kern der Erde variiert die Dichte nur um ca. 20%, so daß wir $\rho = \text{const}$ näherungsweise annehmen dürfen.

Mit den schon im vorigen Abschnitt verwendeten Werten $u = 2 \cdot 10^{-4}$ m/s und $l = 3,48 \cdot 10^6$ m, sowie $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$ s $^{-1}$ ergibt sich $Ro \sim 4 \cdot 10^{-7}$, so daß (13) für den Erdkern gut erfüllt ist. Auch für Jupiter ist dies der Fall: mit $\omega = 1,8 \cdot 10^{-4}$ s $^{-1}$, $u = 10^{-1}$ m/s, $l = 5 \cdot 10^7$ m erhält man $Ro \sim 5 \cdot 10^{-6}$, und $Ro \ll 1$ gilt auch noch, wenn statt des Durchmessers der Dynamo-Zone die (kleinere) Skalenhöhe verwendet wird. Wegen der Unsicherheit der kinematischen Viskosität ν im Erdkern läßt sich dessen Ekman-Zahl weniger leicht berechnen. Werte zwischen 10^{-7} m 2 /s und 10^7 m 2 /s werden angegeben (siehe z.B. Jacobs, 1975, p.44). Abschätzungen von Gans (1972) für flüssiges Eisen in der Nähe der Schmelztemperatur ergeben $\nu \sim 10^{-6}$ m 2 /s. Mit diesem Wert ergibt sich $E \sim 10^{-15}$, d.h. die Bedingung (14) ist sehr gut erfüllt. Für Jupiter gilt nach Hubbard und Smoluchowski (1973) $\nu = 2 \cdot 10^{-7}$ m 2 /s, was zu einer Ekmanzahl $E \sim 4 \cdot 10^{-19}$ führt. Selbst wenn man aus Skalenhöhe und Konvektionsgeschwindigkeit für Jupiter eine turbulente Viskosität von 10^5 bis 10^6 m 2 /s ableitet, bleibt die Ekmanzahl wegen der schnellen Rotation und der Größe dieses Planeten noch sehr klein.

Da wir noch nicht wissen, ob Merkur überhaupt einen flüssigen Kern besitzt, können wir natürlich auch keine Aussagen bezüglich der Dynamik machen. Jedoch sei darauf hingewiesen, daß selbst Venus in dem durch die Bedingungen (13) und (14) definierten Sinne ein schneller Rotator ist, falls ein Kern mit erdähnlichen Eigenschaften existiert.

Die entscheidende Frage für die Gültigkeit des Proudman-Taylor-Theorems betrifft die Größe der Lorentz-Kraft. Diese ist klein im Vergleich zur Corioliskraft, falls man, wie Busse (1975b, 1976a), annimmt, daß der Dynamo im Kern ein toroidales Feld von der selben Größenordnung wie das von der Oberfläche in den Kern extrapolierte poloidale Feld induziert. Für die Erde wären das ~ 4 Gauß, d.h. typische Lorentz-Beschleunigungen sind 10^{-11} m/s 2 , während die Coriolis-Beschleunigung bei Geschwindigkeiten von 10^{-4} m/s größenordnungsmäßig 10^{-7} m/s 2 beträgt. Diese Annahme steht in Konkurrenz zu der mehr

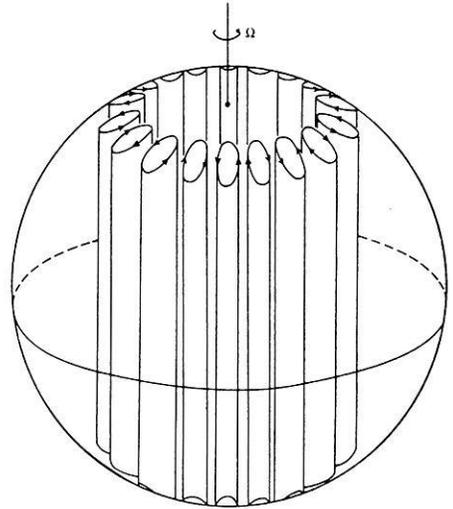


Abb. 3. Illustration des Proudman-Taylor-Theorems für thermische Konvektion in einer schnell rotierenden Flüssigkeitskugel. (Nach Busse, 1970)

klassischen Annahme eines toroidalen Feldes von einigen hundert Gauß im Kern (Braginskii, 1964b; Roberts und Soward, 1972), auf welches man mit Hilfe des poloidalen Feldes und der schon im vorigen Abschnitt diskutierten magnetischen Reynoldszahl $R_m \sim 10^2$ schließt. Bei einem so starken Feld wären Lorentz- und Corioliskräfte von vergleichbarer Größe, und das geostrophische Gleichgewicht würde durch das „magnetostrophische“ ersetzt (siehe z.B. Acheson und Hide, 1973).

Das toroidale Feld ist auf die Dynamo-Zone beschränkt und kann daher an der Planetenoberfläche nicht direkt nachgewiesen werden. Jedoch sprechen indirekte Argumente, wie die Stationarität des Geodynamos und die Energiebilanz des Erdkerns, zumindest im Falle der Erde für einen Dynamo ohne starkes toroidales Feld. Diese Punkte werden in den folgenden beiden Abschnitten diskutiert werden.

Zur Illustration des Proudman-Taylor-Theorems dient Abbildung 3 (Busse, 1970), welche schematisch das Einsetzen thermischer Konvektion in einem rotationsdominierten System zeigt. In einer Kugel vom Radius r treten die zur Rotationsachse parallelen Konvektionsrollen zuerst im Abstand $r/2$ von der Achse auf, wo das Verhältnis von stabilisierender Corioliskraft und destabilisierender Auftriebskraft ein Minimum hat (Busse, 1976b). Die in Abbildung 3 dargestellte säulenartige Struktur des Strömungsfeldes tritt unabhängig davon auf, ob es sich um thermische Konvektion handelt oder um eine anders verursachte Strömung. Sie ist insbesondere auch in Laborexperimenten verifiziert worden (Busse und Carrigan, 1974, 1976).

4. Helizität und Dynamowirkung

Wir gehen zunächst von der Gültigkeit des Proudman-Taylor-Theorems aus und fragen, inwieweit die etwa in Abbildung 3 skizzierte Strömung für den Dynamoprozeß dienstbar gemacht werden kann. Dabei ist wichtig, daß das

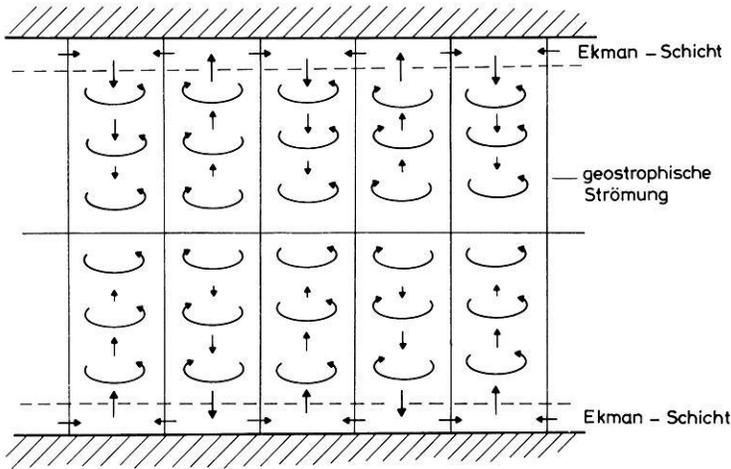


Abb. 4. Qualitative Darstellung der helikalen Strömung für Konvektionsrollen zwischen parallelen Platten, die senkrecht zur Rotationsachse liegen. Die Ekman-Spirale ist durch horizontale Pfeile in den Grenzschichten, das Ekman-Pumpen durch die vertikalen Pfeile in den Konvektionsrollen angedeutet

geostrophische Gleichgewicht nur außerhalb der Ekman-Grenzschicht der Dicke $(\nu/\omega)^{1/2}$ in guter Näherung gilt. In der Grenzschicht selbst treten infolge der Viskosität zusätzliche Strömungskomponenten auf, insbesondere die Ekman-Spirale, die im Zusammenhang mit den Strömungen im Erdkern von Busse (1971) ausführlich beschrieben wurde. Busse (1975b, 1976a) gibt auch eine mathematische Beschreibung der für den Dynamo der Erde und der Planeten wichtigen Aspekte. Hier seien deshalb nur einige Punkte qualitativ besprochen.

Zur Vereinfachung stellen wir uns Konvektionsrollen in einem durch zwei parallele, senkrecht zur Rotationsachse liegende Ebenen begrenzten rotierenden System vor (Abb. 4). Der Drehsinn der Konvektionsrollen alterniert von einer Rolle zur nächsten. Zwischen den Rollen zeigt daher der Geschwindigkeitsvektor abwechselnd in die Zeichenebene bzw. aus ihr heraus. Dies ist jedoch nicht so innerhalb der Grenzschicht: hier verdreht sich der Geschwindigkeitsvektor in der Ekman-Spirale so, daß Materie seitlich in die Konvektionsrollen einströmt bzw. aus ihnen austritt. Die Massenbilanz (Kontinuitäts-Gleichung) verlangt dann eine sekundäre Strömung innerhalb der Rollen, die sich auf den ganzen Bereich, auch außerhalb der Grenzschicht, ausdehnt. Dieses als Ekman-Pumpen oder Ekman-suction bekannte Phänomen spielt beispielsweise beim Drehimpuls-austausch zwischen der Grenzschicht und dem übrigen System eine wichtige Rolle und ist dafür verantwortlich, daß rotierende Flüssigkeiten nicht in der Diffusionszeit l^2/ν , sondern in der i.a. viel kürzeren Spin-down-Zeit $l/(\nu \cdot \omega)^{1/2}$ gebremst werden. Hier interessiert jedoch nicht dieser Effekt, sondern die Tatsache, daß die durch Konvektionsrollen und sekundäre Strömung beschriebene Schraubenbewegung für benachbarte Rollen *gleichsinnig* verläuft. Sie ist in dem in Abbildung 4 dargestellten Beispiel in der ganzen oberen Hälfte linkshändig, und in der ganzen unteren Hälfte rechtshändig. Die Helizität, d.h. der

Mittelwert

$$\overline{\mathbf{u} \cdot \text{rot } \mathbf{u}}, \tag{15}$$

wobei die Mittelung über die horizontalen Koordinaten ausgeführt wird, ist daher von Null verschieden, was wegen der elektrischen Leitfähigkeit der betrachteten Materie wichtige Konsequenzen für Magnetfelder hat.

Stellen wir uns beispielsweise vor, die die Grenzschicht markierenden unterbrochenen Linien in Abbildung 4 seien Magnetfeldlinien. Die Schraubenbewegung verformt die Feldlinien in jeder Konvektionsrolle zu einer Schleife von der Form eines aus der Bildebene herausgedrehten Ω . Da jeder verdrehten Magnetfeldschleife ein durch sie fließender elektrischer Strom entspricht und wegen der links- bzw. rechtshändigen Helizität alle Schleifen im selben Sinne verdreht sind, haben wir es also im Mittel mit einem Strom zu tun, der eine Komponente in Richtung des mittleren Magnetfeldes besitzt. Diese Komponente ist positiv, wenn linkshändige Schrauben vorliegen, d.h. wenn der Ausdruck (15) negativ ist, und negativ im umgekehrten Fall.

Neben dem durch Ekman-Pumpen verursachten Beitrag wird Helizität noch durch weitere Effekte hervorgerufen. Die Schrägstellung der Deck- und Bodenflächen der Konvektionsrollen (Busse, 1975b) und sogar die magnetischen Kräfte selbst (Busse, 1976a, 1977b) führen zu Helizität. Die Helizität spielt eine wichtige Rolle in fast allen neueren Versuchen zur Lösung des Dynamoproblems, auch in Fällen, in denen die Dynamik nicht rotationsdominiert ist wie in dem hier diskutierten geostrophischen Fall: Nachdem Parker (1955) schon früh die Bedeutung von „zyklonischer“ Konvektion erkannt hatte, entwickelten Steenbeck et al. (1966), Krause (1968) und Rädler (1968a, b) die Elektrodynamik der mittleren Felder (siehe auch Krause und Rädler, 1971; Roberts und Stix, 1971). Ausgehend vom Zustand isotroper Turbulenz fanden sie den „ α -Effekt“, einen mittleren Strom

$$\mathbf{j}_\alpha = \sigma \alpha \bar{\mathbf{B}} \tag{16}$$

in Richtung des mittleren Feldes $\bar{\mathbf{B}}$, der fließt, wenn in der Turbulenz die Spiegelsymmetrie verletzt ist. Der durch die lineare Beziehung (16) definierte Proportionalitätsfaktor α ist ein Pseudoskalar und vom bevorzugten Schraubensinn abhängig. Moffatt (1970a, b), der die Dynamowirkung von Wellen in rotierenden, leitfähigen Medien untersuchte, gelangte zu einem analogen Ergebnis; und auch die Theorie von Braginskii (1964a, b, 1974; s. auch Soward, 1972), in der einem axialsymmetrischen Grundzustand asymmetrische Störungen der Ordnung $R_m^{-1/2}$ überlagert sind ($R_m \gg 1$), führt im wesentlichen auf einen mittleren Strom in Richtung von $\bar{\mathbf{B}}$.

Einen Dynamo, in dem der α -Strom allein für die Felderzeugung verantwortlich ist, nennen wir „ α^2 -Dynamo“ (Roberts, 1972). Im Ohmschen Gesetz (3) wird dann der Strom $\sigma \mathbf{u} \times \mathbf{B}$ durch den Ausdruck (16) ersetzt und wir erhalten die Induktionsgleichung

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} = \text{rot}(\alpha \bar{\mathbf{B}}) - \text{rot} \frac{1}{\mu \sigma} \text{rot } \bar{\mathbf{B}} \tag{17}$$

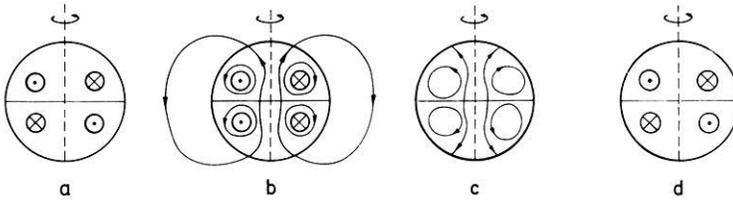


Abb. 5 a – d. Schema eines α^2 -Dynamos, mit $\alpha_{\text{nord}} > 0$, $\alpha_{\text{süd}} < 0$: Ein toroidales Magnetfeld (a) führt zu toroidalem α -Strom (b), mit dem dazugehörigen poloidalen Feld. Dieses verursacht einen poloidalen α -Strom (c), der das toroidale Feld aufrecht erhält (d). Ein Kreis mit Kreuz bezeichnet einen Vektor in die Bildebene hinein, ein Kreis mit Punkt einen Vektor aus ihr heraus

für das mittlere Feld $\bar{\mathbf{B}}$. Zerlegt man die Gleichung (17) in die poloidalen und toroidalen Komponenten, so sieht man, daß diese sich gegenseitig durch je einen zu α proportionalen Quell-Term regenerieren. Auch der oben beschriebene Dynamo im schnell rotierenden System folgt im wesentlichen diesem Schema (Busse, 1975b, Gl. (4.9)), obwohl das geostrophische Gleichgewicht natürlich eine völlig andere Ausgangssituation darstellt als die isotrope Turbulenz, für welche der α -Effekt ursprünglich konzipiert wurde. Die Wirkungsweise eines α^2 -Dynamos ist in Abbildung 5 veranschaulicht: Wir beginnen mit einem toroidalen, zur Äquatorebene antisymmetrischen Magnetfeld (a). Liegt die in Abbildung 4 gezeigte Situation vor, so ist nördlich des Äquators $\alpha > 0$, südlich des Äquators $\alpha < 0$, so daß ein symmetrischer toroidaler α -Strom fließt, mit dem dazugehörigen poloidalen Feld (b). Dieses führt gemäß (16) zu poloidalen α -Strömen (c), deren Magnetfeld (d) das ursprüngliche Feld verstärkt. Dabei ist zu beachten, daß Abbildung 5 keine zeitliche, sondern eine kausale Sequenz darstellt. Wir haben es mit einem *stationären* Dynamo zu tun, in dem alle vier Phasen der Abbildung 5 stets gleichzeitig ablaufen. Der hier geschilderte Vorgang wurde durch exakte numerische Lösungen der Induktionsgleichung (17) in sphärischer Geometrie bestätigt (Steenbeck und Krause, 1969b; Roberts, 1972). Auch diese Lösungen zeigen, daß α^2 -Dynamos im allgemeinen stationär arbeiten. Für die Erde suchen wir nach solch einem stationären Dynamovorgang; die Annahme eines Geodynamos vom hier geschilderten Typ ist also zumindest konsistent.

In Konkurrenz zum α^2 -Dynamo steht der Typ des sogenannten „ $\alpha\omega$ -Dynamo“. Bei diesem wird zwar ebenfalls poloidales Magnetfeld aus toroidalem mit Hilfe des α -Effektes produziert, jedoch regeneriert sich das toroidale Feld aus dem poloidalen auch durch differentielle Rotation, und letztere kann so stark sein, daß die daneben stattfindende Produktion toroidalen Feldes durch α -Ströme vernachlässigt werden kann. Obwohl unter speziellen Bedingungen auch $\alpha\omega$ -Dynamos stationär sein können (Parker, 1971b; Deinzer et al., 1974), zeigen die meisten numerischen Lösungen (Steenbeck und Krause, 1969a; Deinzer und Stix, 1971; Roberts, 1972; Roberts und Stix, 1972; Köhler, 1973) sowie die in vereinfachter Geometrie mögliche analytische Behandlung von Parker (1955) oszillatorischen Charakter. Sie werden gewöhnlich zur Erklärung des 22jährigen magnetischen Sonnenzyklus herangezogen. Ein zu Abbildung 5 analoges Schema eines $\alpha\omega$ -Dynamos findet sich in dem Übersichtsartikel von Stix (1976).

Die Periode des oszillierenden Feldes des $\alpha\omega$ -Dynamos ist von der Größenordnung der elektromagnetischen Diffusionszeit $\mu\sigma l^2$. Mit den oben benutzten Werten erhält man für Jupiter $5 \cdot 10^7$ Jahre. Verwenden wir statt $(\mu\sigma)^{-1}$ eine durch Turbulenz erhöhte Diffusionskonstante $u \cdot H$, wobei $u \sim 0,1$ m/s die Konvektionsgeschwindigkeit und $H \sim 10^7$ m die Skalenhöhe in Jupiters Dynamo-Zone sind, so reduziert sich die Diffusionszeit für das mittlere Feld auf 10^2 Jahre. Auch dies erscheint noch zu lang, um einen periodischen $\alpha\omega$ -Dynamo für Jupiter mit Sicherheit auszuschließen.

5. Energiebilanz

Die für den Betrieb des Dynamos *notwendige* Leistung ist im stationären Fall gleich der durch die Dissipation des elektrischen Stromes \mathbf{j} erzeugten Joule'schen Wärmeleistung

$$Q = \int \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} dV. \tag{18}$$

Die Leistung Q hängt von der Amplitude des vom Dynamo produzierten Feldes ab und kann daher nur durch vollständige Lösung des hydromagnetischen Problems bestimmt werden. Realistische, auf Planeten anwendbare Lösungen dieser Art existieren bisher nicht. Jedoch kann man für eine erste Abschätzung Lösungen des linearen kinematischen Dynamoproblems verwenden, indem man den bei ihnen freien Amplitudenfaktor so festlegt, daß der Dipolanteil des berechneten Feldes gerade dem an der Planetenoberfläche beobachteten Dipol entspricht. Auf diese Weise haben Braginskii (1964b, 1974), Pekeris et al. (1973) sowie Kumar und Roberts (1975) die für den Dynamo notwendige Leistung berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengefaßt, wobei für die Erde die Werte der verschiedenen Autoren auf die einheitliche Leitfähigkeit $\sigma = 5 \cdot 10^5$ S/m umgerechnet wurden.

In der letzten Zeile von Tabelle 1 steht die Leistung

$$Q_D = \frac{4\pi^5 D^2}{3\mu^2 \sigma l^5}, \tag{19}$$

Tabelle 1. Radius l der Dynamozone, Dipolmoment D , Leitfähigkeit σ und Energiedissipation Q für Merkur, Erde und Jupiter. Q_B nach Braginskii (1964b, 1974), Q_{PAS} nach Pekeris et al. (1973), Q_{KR} nach Kumar und Roberts (1975). Q_D bezeichnet die von einem reinen Dipolfeld dissipierte Leistung

	Merkur	Erde	Jupiter
l [m]	$1,8 \cdot 10^6$	$3,48 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^7$
D [Tm ³]	$5 \cdot 10^{12}$	$8 \cdot 10^{15}$	$1,3 \cdot 10^{20}$
σ [S/m]	$8 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	$6,7 \cdot 10^5$
Q_B [W]	$10^7 - 4 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{12} - 6 \cdot 10^{12}$	$6 \cdot 10^{14} - 2 \cdot 10^{15}$
Q_{PAS} [W]	$6 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^5$	$10^9 - 3 \cdot 10^{10}$	$3 \cdot 10^{11} - 10^{13}$
Q_{KR} [W]	$4 \cdot 10^5 - 10^7$	$7 \cdot 10^{10} - 2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{13} - 6 \cdot 10^{14}$
Q_D [W]	$4 \cdot 10^2$	$7 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{10}$

die von einem frei zerfallenden Dipolfeld mit dem beobachteten Moment D dissipiert würde. Sie ist noch 15mal kleiner als die dissipierte Leistung der sparsamsten berechneten kinematischen Dynamos von Pekeris et al. (1973). Dies zeigt deutlich, wie stark die Felder im Innern der Planeten vom reinen Dipolfeld abweichen müssen und erklärt auch die etwa 20 Jahre andauernden Schwierigkeiten, konvergente Multipolentwicklungen als Lösungen des kinematischen Dynamoproblems zu finden. Die zitierten Ergebnisse von Pekeris et al. und Kumar und Roberts, die beide nach der Methode von Bullard und Gellman (1954) gewonnen wurden, beruhen auf Entwicklungen bis zu Multipolen der Ordnung $n=13$ bzw. $n=8$. Für die Erde bedeuten diese Ergebnisse anschaulich, daß die Leistung des Geodynamos zwischen der Leistung eines modernen Kernkraftwerkes (10^9 W) und dem gesamten gegenwärtigen Energieverbrauch der Menschheit von etwa 10^{13} W liegt.

Der wichtigste Unterschied zwischen den sparsamen Dynamos von Pekeris et al. und denen mit höherer Dissipation von Braginskii sowie Kumar und Roberts besteht darin, daß letztere mit einem relativ zum poloidalen Feld großen toroidalen Magnetfeld arbeiten, während für erstere beide Feldkomponenten vergleichbare Größe haben. Ein Vergleich mit den verfügbaren Energiequellen sollte daher über das toroidale Feld indirekten Aufschluß geben.

Zunächst sei thermische Konvektion als Ursache des Dynamos erwähnt. Diese kann durch den Zerfall der langlebigen radioaktiven Isotope ^{238}U , ^{235}U , ^{232}Th und ^{40}K in Gang gesetzt werden. Legt man für die Häufigkeit von Uran und Thorium Werte zugrunde, die in Eisenmeteoriten gemessen werden, so kommt man auf eine Wärmeproduktion von $\sim 3 \cdot 10^{12}$ W im Erdkern (vgl. z.B. die Übersicht von Gutenberg, 1959, p. 131f. Nach Clark et al., 1966, Tabelle 24-1, ist allerdings nur der Urangehalt eines Teiles der Eisenmeteorite hoch genug für eine solche Wärmeproduktion. Thorium, und für einige Meteorite auch Uran, ist bis zu 10^3 mal seltener, oder sogar gar nicht nachgewiesen). Der ^{40}K -Gehalt von Eisenmeteoriten ergäbe im Erdkern eine viel geringere Wärmeproduktion; andererseits argumentiert Goettel (1976), daß das K/Si-Verhältnis der Erde dem solaren Wert von 0,0035 entsprechen sollte, was zu einem beträchtlichen ^{40}K -Gehalt im Erdkern – mit einer Wärmeproduktion der Größenordnung 10^{13} W – führen würde. Einen vergleichbaren Wert ergibt eine alternative Wärmequelle, nämlich Abkühlung des Kerns und Kristallisation von flüssigem Material an der Grenze zwischen innerem und äußerem Kern, wobei latente Wärme frei wird. Kühlung und latente Wärme tragen je etwa $10^{27} \cdot dT/dt$ Watt bei (Verhooogen, 1961), so daß beispielsweise $100^{\circ}/10^9$ Jahre eine Leistung von $6 \cdot 10^{12}$ W ergeben. Allerdings treten für thermische Konvektion zwei Schwierigkeiten auf: Erstens muß der Kern instabil, d.h. mit einem überadiabatischen Temperaturgradienten, geschichtet sein, was nach dem schon erwähnten Kern-Paradoxon von Higgins und Kennedy in Frage gestellt ist; und zweitens hat ein thermisch getriebener Dynamo als Wärmekraftmaschine einen schlechten Wirkungsgrad, so daß nur ein Teil – nach Braginskii (1964c) nur einige Prozent – in elektrische Energie umgesetzt werden kann. Damit hat es diese Energiequelle, falls sie überhaupt für den Dynamo verantwortlich ist, jedenfalls schwer, ein Magnetfeld mit großen toroidalen Komponenten im Kern zu erzeugen.

Weniger kritisch ist die Energiesituation bei Merkur. Gubbins (1977) hat z.B.

abgeschätzt, daß eine Kühlung von $10^9/10^9$ Jahre 10^{11} W liefern würde, was um mehr als einen Faktor 10^3 größer ist als der größte in Tabelle 1 angegebene Wert für Q . Ein innerer Kern von Merkur würde dabei seinen Radius von 1000 km um 30 km vergrößern.

An der Erdoberfläche wird ein Wärmestrom von $3 \cdot 10^{13}$ W gemessen (Chapman und Pollack, 1975). Da davon der größte Teil aus der Erdkruste stammt, und der Rest wegen des geringen Wirkungsgrades der thermischen Konvektion wiederum nur zum Teil aus der Dissipation des Dynamos stammen kann, erhält man – stationäre Verhältnisse vorausgesetzt – eine weitere obere Schranke für Q . Dieser Schluß ist allerdings nicht möglich, falls Konvektion nur in den oberen Schichten des Erdmantels bis ~ 400 km Tiefe auftritt (z.B. Bott, 1971, p. 273f.); denn die Zeitskala der Wärmeleitung im Mantel übersteigt mit $\sim 10^{12}$ Jahren das Erdalter (p. 185, l.c.). Nur Konvektion im *ganzen* Mantel mit der kürzeren Zeitskala von $\sim 10^8$ Jahren (z.B. McKenzie und Weiss, 1975) ließe Rückschlüsse aus dem beobachteten Wärmestrom auf den Dynamo zu. Benton (1975) schlägt sogar vor, die Breitenabhängigkeit des irdischen Wärmestromes zu Aussagen über den Geodynamo zu verwenden.

Jupiters Leuchtkraft von $5 \cdot 10^{17}$ W ist dagegen mit Sicherheit eine obere Schranke für die Energiebilanz seines Dynamos, da die Zeitskala des konvektiven Energietransports $\sim 10^2$ Jahre beträgt. Allerdings ist auch die Leistung des unwirtschaftlichsten Dynamomodells von Tabelle 1 noch um einen Faktor 250 kleiner, so daß wir Dynamos mit starken toroidalen Feldkomponenten nicht ausschließen können. Die Energiequelle für Jupiters Leuchtkraft, und damit auch für den Dynamo, ist Abkühlung, d.h. in einem frühen Entwicklungsstadium aus der Gravitationsenergie erworbene innere Energie, und – zu einem geringeren Anteil – noch gegenwärtig freigesetzte Gravitationsenergie (Hubbard and Smoluchowski, 1973; Bodenheimer, 1976).

Die Möglichkeit eines stabil geschichteten äußeren Erdkerns und der schlechte Wirkungsgrad thermischer Konvektion haben zu alternativen Hypothesen für den Geodynamo geführt. Die *Präzession* der Erdachse wurde von Malkus (1963, 1968) als Ursache von Strömungen im Erdkern vorgeschlagen. Die Energiequelle wäre in diesem Falle die Rotationsenergie der Erde. Jedoch ist die auf den Dynamo übertragbare Leistung nach Rochester et al. (1975) nur 10^8 W; und auch Loper (1975) wies darauf hin, daß die Kern-Mantel-Kopplung von Malkus um mehrere Zehnerpotenzen überschätzt wurde: Für den „Spin-over“ ist das Drehmoment $\sim B_{\text{pol}}^2$ und nicht $\sim B_{\text{pol}} \cdot B_{\text{tor}}$, wie für den „Spin-up“, und selbst wenn die toroidale Komponente B_{tor} dabei eine Rolle spielt, so ist sie an der Kern-Mantel-Grenze auf einen Bruchteil $\sigma_M/\sigma_C \sim 10^{-3}$ ihres Wertes im Kern abgefallen (σ_M und σ_C sind die Leitfähigkeiten im Mantel bzw. Kern). Loper erhält so für die übertragene Leistung $3,5 \cdot 10^7$ W, und auch dieser Betrag kann nicht nutzbar gemacht werden, da er völlig in der Grenzschicht dissipiert wird. – Diese Einwände gegen einen präzessionsgetriebenen Geodynamo beziehen sich auf laminare Strömungen im Kern. Daß präzessionsbedingte *Turbulenz* als Energiequelle ebenfalls unzureichend ist, wurde bisher nicht bewiesen.

Eine weitere Energiequelle für Strömungen im Erdkern ist *chemische Differentiation* an der Grenze zwischen innerem und äußeren Kern. Nach Braginskii (1964b, c) könnten leichte Bestandteile des äußeren Kerns, z.B. Silizium, bei der

Kristallisation freigesetzt werden und durch ihren Auftrieb eine Zirkulation in Gang setzen. Für einen Dichteunterschied von $\Delta\rho/\rho=0,25$ und eine Wachstumsrate des inneren Kerns von $3,4 \cdot 10^6$ kg/s (d.h. einmal die Masse des inneren Kerns in 10^9 Jahren) erhält Braginskii eine Leistung von $7 \cdot 10^{12}$ W; diese Leistung steht voll für den Betrieb des Dynamos zur Verfügung, da es sich um freigesetzte Gravitationsenergie handelt. Der relative Dichteunterschied $\Delta\rho/\rho$ an der Oberfläche des inneren Kerns ist allerdings sicher niedriger als 0,25. Seismologische Modelle (z.B. Gilbert und Dziewonski, 1975) ergeben Werte um 0,07 für $\Delta\rho/\rho$; damit erhält man bei gleichem Wachstum des inneren Kerns eine Leistung von $\sim 2 \cdot 10^{12}$ W (vgl. auch Gubbins, 1976). Dies ist wiederum etwas knapp für Dynamos mit großem toroidalen Feld, während sparsamere Modelle damit ohne Schwierigkeiten betrieben werden können.

Mullan (1973) hat die von Erdbeben im Mittel freigesetzte Leistung von $\sim 10^{12}$ W als Ursache des Geodynamos vorgeschlagen. Doch kommt diese Quelle kaum in Frage: Nur ein kleiner Teil der Erdbebenenergie gelangt in den Kern; und selbst wenn dieser Anteil – etwa für die niedrigsten Frequenzen – beträchtlich sein sollte, ergeben sich die im Abschnitt 2 diskutierten Probleme der zu großen radialen Komponente u_r der Wellen.

6. Schlußbemerkungen

Bisher lassen sich keine gesicherten Aussagen bezüglich der *Feldstärke* der von hydromagnetischen Dynamos erzeugten planetarischen Magnetfelder machen. Die grundlegende Idee, nämlich daß die wachsende Lorentzkraft schließlich das Geschwindigkeitsfeld, und insbesondere seine durch die Corioliskräfte bestimmten dynamospezifischen Eigenschaften, so verändert, daß ein weiteres Anwachsen der Feldstärke nicht mehr möglich ist, wurde jedoch in einer Reihe von Arbeiten untersucht. So findet Vainshtein (1971), daß das Magnetfeld die Helizität reduziert, und Moffatt (1972) berechnet den Einfluß der Lorentzkraft auf ein Feld zufällig verteilter Wellen, deren Dynamo-Effizienz eingeschränkt wird. Childress und Soward (1972) und Soward (1974) beschreiben die Dynamowirkung von Konvektion zwischen zwei parallelen, rotierenden Platten, während Busse (1972) eine Schicht verwendet, in der Konvektionsrollen zusammen mit einer Scherströmung ein Magnetfeld erzeugen. Rechnungen, bei denen die Induktionsgleichung zusammen mit den hydrodynamischen Gleichungen numerisch integriert werden, um die Entwicklung eines vorgegebenen Anfangszustandes zu untersuchen (Gubbins, 1975a) zeigen, daß ein Gleichgewichtszustand zwischen Magnetfeld und Strömung sich im wesentlichen in der Diffusionszeit $\mu\sigma l^2$ einstellt. Ein ähnliches Ergebnis findet Hellmich (1977) für einen α^2 -Dynamo, bei dem bei vorgegebenem α mittlere Lorentzkräfte Strömungen in Gang setzen, die den Dynamo zu einem stationären Gleichgewicht zwingen.

Die Feldstärken der drei bis jetzt beobachteten planetarischen Magnetfelder zeigen die bemerkenswerte Eigenschaft, daß die dimensionslose Zahl

$$A = B_c / l\omega(\mu\rho)^{1/2}, \quad (20)$$

Tabelle 2. Mittlere Dichte ρ und Radius l der Dynamozone, Feldstärke B_C an ihrer Oberfläche, Rotationsrate ω der Planeten, sowie das Verhältnis A von Alfvén- zu Umlaufgeschwindigkeit (unsichere bzw. extrapolierte Werte in Klammern)

	$\rho[\text{kgm}^{-3}]$	$l[\text{m}]$	$B_C[\text{T}]$	$\omega[\text{s}^{-1}]$	A
Merkur	$9 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^6$	$8,3 \cdot 10^{-7}$	$1,24 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-6}$
Venus	$10 \cdot 10^3$	$(3 \cdot 10^6)$	$(6,4 \cdot 10^{-7})$	$3,0 \cdot 10^{-7}$	$(6,4 \cdot 10^{-6})$
Erde	$11 \cdot 10^3$	$3,48 \cdot 10^6$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$7,27 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-6}$
Jupiter	$1,5 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^7$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-4}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
Saturn	$1,5 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^7$	$(5,8 \cdot 10^{-4})$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$(3,1 \cdot 10^{-6})$

in der B_C das Magnetfeld an der Oberfläche der Dynamozone bedeutet, etwa gleich groß ist (Tabelle 2). Die Zahl A ist das Verhältnis von Alfvén-Geschwindigkeit zu Rotationsgeschwindigkeit, oder die Wurzel aus dem Verhältnis von Lorentzkraft zu Zentrifugalkraft. Falls ihre Konstanz nicht zufällig ist, sollte sie mit der Dynamik des Systems in Zusammenhang stehen. Busse (1976a, 1977b) hat hierauf hingewiesen und vorgeschlagen, daß die Feldstärke sich so einstellt, daß die Dynamowirkung des Geschwindigkeitsfeldes, die sich in seiner Theorie bei wachsendem Magnetfeld zunächst noch verstärkt, bei zu großer Feldstärke jedoch wieder abnimmt, gerade optimal wird. Dabei ergibt sich ein fester Wert für die Größe $a^4 A^2 (\mu\sigma)^{-1}/k$, wobei das Verhältnis der elektromagnetischen Diffusionskonstanten $(\mu\sigma)^{-1}$ zur Temperaturleitfähigkeit k für alle drei betrachteten Planeten von der Größenordnung 10^5 ist. Das Ergebnis hängt jedoch auch von der Zahl a , d.h. im wesentlichen von der Zahl der in Abbildung 3 skizzierten Konvektionsrollen ab, deren Bestimmung unsicher ist. Eine quantitative Angabe über den von der Theorie erwarteten Wert von A erscheint daher noch verfrüht. Immerhin braucht bei dieser Art der Amplitudenbegrenzung das interne toroidale Feld nicht auf Werte ansteigen, die das geostrophische Gleichgewicht wesentlich verändern oder die Energiebilanz des Dynamos in Frage stellen.

Tabelle 2 enthält auch Angaben über Venus und Saturn. Für Venus wurden dabei bis auf die Rotationsrate erdähnliche Werte verwendet; das sich daraus ergebende Feld B_C entspräche einer Feldstärke an der Oberfläche des Planeten von $\sim 80 \gamma$. Zwei verschiedene Interpretationen der Magnetfeldmessungen von Venera 4 führen andererseits zu einer oberen Schranke von 4γ (Dolginov et al., 1969) bzw. zu einem Wert von $\sim 30 \gamma$ (Russel, 1976) für die äquatoriale Feldstärke. In Anbetracht der Unsicherheiten von Theorie und Beobachtung könnte der letztere Wert eben noch als Bestätigung der Regel $A \sim \text{const.}$ angesehen werden. – Saturn hat nach Tabelle 2 ein Magnetfeld von $0,3$ Gauß äquatorialer Feldstärke. Dieser Wert paßt größenordnungsmäßig zu der von Kaiser und Stone (1975) aus Radiomessungen deduzierten Feldstärke von 1 Gauß; allerdings sind genauere Messungen erst von Pionier 11 während seines Vorbeifluges an Saturn am 5.9.1979 zu erwarten.

Danksagung. Für Diskussionen und Anregungen, sowie für die Überlassung von noch nicht publiziertem Material danke ich den Herren E.R. Benton, F.H. Busse, R. Meißner und U. Schmucker.

Literatur

- Acheson, D.J., Hide, R.: Hydromagnetics of rotating fluids. *Rep. Prog. Phys.* **36**, 159–221, 1973
- Acuna, M.H., Ness, N.F.: The main magnetic field of Jupiter. *J. Geophys. Res.* **81**, 2917–2922, 1976
- Aumann, H.H., Gillespie, C.M., Jr., Low, F.J.: The internal powers and effective temperatures of Jupiter and Saturn. *Astrophys. J.* **157**, L 69–72, 1969
- Backus, G.E.: A class of self-sustaining dissipative spherical dynamos. *Ann. Physics* **4**, 372–447, 1958
- Backus, G.E., Chandrasekhar, S.: On Cowling's theorem on the impossibility of self-maintained axisymmetric homogeneous dynamos. *Proc. Nat. Acad. Sci.* **42**, 105–109, 1956
- Barracough, D.R., Harwood, J.M., Leaton, B.R., Malin, S.R.C.: A model of the geomagnetic field at epoch 1975. *Geophys. J.* **43**, 645–659, 1975
- Benton, E.R.: On the helical dynamo of Lortz as a model for the steady main geomagnetic field. *Geophys. J.* **42**, 385–401, 1975
- Benton, E.R., Stix, M.: Updated extrapolation of the main geomagnetic field to the core-mantle boundary. AGU-Meeting, San Francisco, *E⊕S Trans. Am. Geophys. Union* **57**, 907, 1976
- Binder, A.B., Davis, D.R.: Internal Structure of Mars. *Phys. Earth Planet. Inter.* **7**, 477–485, 1973
- Birch, F.: The melting relations of iron and temperatures in the Earth's core. *Geophys. J.* **29**, 373–387, 1972
- Bodenheimer, P.: Contraction models for the evolution of Jupiter. *Icarus* **29**, 165–171, 1976
- Bott, M.H.P.: The interior of the Earth. London: Edward Arnold, 1971
- Braginskii, S.I.: Self-excitation of a magnetic field during the motion of a highly conducting fluid. *Zh. Eksp. teor. Fiz.* **47**, 1084–1098, 1964a. Engl.: *Soviet Phys. JETP* **20**, 726–735, 1965
- Braginskii, S.I.: Kinematic models of the Earth's hydromagnetic dynamo. *Geomagn. Aeron.* **4**, 732–747, 1964b. Engl. p. 572–583
- Braginskii, S.I.: Magnetohydrodynamics of the Earth's core. *Geomagn. Aeron.* **4**, 898–916, 1964c. Engl. p. 698–712
- Braginskii, S.I.: Magnetic waves in the Earth's core. *Geomagn. Aeron.* **7**, 1050–1060, 1967. Engl. pp. 851–859
- Braginskii, S.I.: Nearly axially symmetrical model of the hydromagnetic Dynamo of the Earth I. *Geomagn. Aeron.* **15**, 149–156, 1974. Engl. pp. 122–128, 1975
- Bullard, E.C.: Reversals of the Earth's magnetic field. *Phil. Trans. Roy. Soc., London* **A263**, 481–524, 1968
- Bullard, E.C., Gellman, H.: Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism. *Phil. Trans. Roy. Soc., London* **A247**, 213–278, 1954
- Bullard, E.C., Gubbins, D.: Geomagnetic dynamos in a stable core. *Nature* **232**, 548–549, 1971
- Burke, B.F., Franklin, K.L.: Observations of a variable radio source associated with the planet Jupiter. *J. Geophys. Res.* **60**, 213–217, 1955
- Busse, F.H.: Thermal instabilities in rapidly rotating systems. *J. Fluid Mech.* **44**, 441–460, 1970
- Busse, F.H.: Bewegungen im Kern der Erde. *Z. Geophys.* **37**, 153–177, 1971
- Busse, F.H.: Generation of magnetic fields by convection. *J. Fluid Mech.* **57**, 529–544, 1973
- Busse, F.H.: A necessary condition for the geodynamo. *J. Geophys. Res.* **80**, 278–280, 1975a
- Busse, F.H.: A model of the geodynamo. *Geophys. J.* **42**, 437–459, 1975b
- Busse, F.H.: Generation of planetary magnetism by convection. *Phys. Earth Planet. Inter.* **12**, 350–358, 1976a
- Busse, F.H.: Die Erzeugung des Erdmagnetfeldes. *Phys. Blätter* **32**, 436–444 u. 489–498, 1976b
- Busse, F.H.: Mathematical problems of dynamo theory. In: *Applications of Bifurcation Theory*, P. Rabinowitz, ed., Academic Press, 1977a
- Busse, F.H.: An example of non-linear dynamo action. *Z. Geophys.*, im Druck, 1977b
- Busse, F.H., Carrigan, C.R.: Convection induced by centrifugal buoyancy. *J. Fluid Mech.* **62**, 579–592, 1974
- Busse, F.H., Carrigan, C.R.: Laboratory simulation of thermal convection in rotating planets and stars. *Science* **191**, 81–83, 1976
- Carr, T.D., Gulkis, S.: The magnetosphere of Jupiter. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **7**, 577–618, 1969

- Cassen, P., Young, R.E., Schubert, G., Reynolds, R.T.: Implications of an Internal Dynamo for the thermal history of Mercury. *Icarus* **28**, 501–508, 1976
- Chapman, D.S., Pollack, H.N.: Global heat flow: A new look. *Earth Planet. Sci. Lett.* **28**, 23–32, 1975
- Childress, S.: Théorie magnétohydrodynamique de l'effet dynamo. Rep. Dép. Méch. Fac. Sciences, Paris, 1969
- Childress, S., Soward, A.M.: Convection-driven hydromagnetic dynamo. *Phys. Rev. Letters* **29**, 837–839, 1972
- Clark, S.P., Jr., Peterman, Z.E., Heier, K.S.: Abundances of uranium, thorium, and potassium. In: *Handbook of Physical Constants*, S.P. Clark, Jr., ed., pp. 521–541, The Geological Soc. of America, New York, 1966
- Cowling, T.G.: The magnetic field of sunspots. *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **94**, 39–48, 1933
- Cowling, T.G.: The dynamo maintenance of steady magnetic fields. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **10**, 129–136, 1957
- Deinzer, W., Stix, M.: On the eigenvalues of Krause-Steenbeck's solar dynamo. *Astron. Astrophys.* **12**, 111–119, 1971
- Deinzer, W., v. Kusserow, H.-U., Stix, M.: Steady and oscillatory $\alpha\omega$ -dynamoes. *Astron. Astrophys.* **36**, 69–78, 1974
- Dolginov, Sh. Sh., Yeroshenko, Y.G., Davis, L.: On the nature of the magnetic field near Venus. *Kosmich. Issled* **7**, 747, 1969
- Elsasser, W.M.: Induction effects in terrestrial magnetism, 1. Theory. *Phys. Rev.* **69**, 106–116, 1946
- Gans, R.F.: Viscosity of the Earth's core. *J. Geophys. Res.* **77**, 360–366, 1972
- Gardiner, R.B., Stacey, F.D.: Electrical resistivity of the core. *Phys. Earth Planet. Inter.* **4**, 406–410, 1971
- Gauß, C.F.: Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus. Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1838. Leipzig, 1839
- Gilbert, F., Dziewonski, A.M.: An application of normal mode theory of the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra. *Phil. Trans. Roy. Soc., London* **A278**, 187–260, 1975
- Goettel, K.A.: Models for the origin and composition of the Earth, and the hypothesis of potassium in the Earth's core. *Geophys. Surveys* **2**, 369–397, 1976
- Gubbins, D.: Numerical solutions of the kinematic dynamo problem. *Phil. Trans. Roy. Soc., London* **A274**, 493–521, 1973
- Gubbins, D.: Theories of the geomagnetic and solar dynamoes. *Rev. Geophys. Space Phys.* **12**, 137–154, 1974
- Gubbins, D.: Numerical solutions of the hydromagnetic dynamo problem. *Geophys. J.* **42**, 295–305, 1975a
- Gubbins, D.: Can the Earth's magnetic field be sustained by core oscillations? *Geophys. Res. Lett.* **2**, 409–412, 1975b
- Gubbins, D.: Observational constraints on the generation process of the Earth's magnetic field. *Geophys. J.* **47**, 19–39, 1976
- Gubbins, D.: Speculations on the origin of the magnetic field of Mercury. *Icarus* **30**, 186–191, 1977
- Gutenberg, B.: *Physics of the Earth's Interior*. Internat. Geophys. Ser. 1: New York and London: Academic Press, 1959
- Hellmich, R.: Finite amplitude α^2 -dynamoes with large-scale incompressible circulation. *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*, im Druck, 1977
- Herzenberg, A.: Geomagnetic dynamoes. *Phil. Trans. Roy. Soc., London* **A250**, 543–583, 1958
- Higgins, G., Kennedy, G.C.: The adiabatic gradient and the melting point gradient in the core of the Earth. *J. Geophys. Res.* **76**, 1870–1878, 1971
- Hubbard, W.B.: Thermal structure of Jupiter. *Astrophys. J.* **152**, 745–754, 1968
- Hubbard, W.B.: Thermal models of Jupiter and Saturn. *Astrophys. J.* **155**, 333–344, 1969
- Hubbard, W.B., Smoluchowski, R.: Structure of Jupiter and Saturn. *Space Sci. Rev.* **14**, 599–662, 1973
- IGA, Division I Study Group: International geomagnetic reference field 1975. *Geophys. J.* **44**, 733–734, 1976

- Ingersoll, A.P., Münch, G., Neugebauer, G., Diner, D.J., Orton, G.S., Schupler, B., Schroeder, M., Chase, S.C., Ruiz, R.D., Trafton, L.M.: Pioneer 11 infrared radiometer experiment: The global heat balance of Jupiter. *Science* **188**, 472–473, 1975
- Jacobs, J.A.: Physical state of the Earth's core. *Nature Phys. Sci.* **243**, 113–114, 1973
- Jacobs, J.A.: The Earth's core. *Internat. Geophys. Ser.* **20**: London, New York, San Francisco: Academic Press, 1975
- Kaiser, M.L., Stone, R.G.: Earth as an intense planetary radio source: Similarities to Jupiter and Saturn. *Science* **189**, 285–287, 1975
- Kennedy, G.C., Higgins, G.: The core paradox. *J. Geophys. Res.* **78**, 900–904, 1973
- Köhler, H.: The solar dynamo and estimates of the magnetic diffusivity and the α -effect. *Astron. Astrophys.* **25**, 467–476, 1973
- Krause, F.: Eine Lösung des Dynamoproblems auf der Grundlage einer linearen Theorie der magnetohydrodynamischen Turbulenz. *Habilitationsschrift, Univ. Jena*, 1968
- Krause, F., Rädler, K.-H.: Elektrodynamik der mittleren Felder in turbulenten leitenden Medien und Dynamotheorie. In: *Ergebnisse der Plasmaphysik und der Gaselektronik, Bd. II*, R. Rompe und M. Steenbeck, Hsbg., pp. 3–154. Berlin: Akademie-Verlag 1971
- Kumar, S., Roberts, P.H.: A three-dimensional kinematic dynamo. *Proc. Roy. Soc., London* **A344**, 235–258, 1975
- Lange, M.: Modellrechnungen zur thermischen Entwicklung des Mondes. *Tagung d. Dt. Geophys. Ges., Braunschweig*, 1977
- Leaton, B.R.: IGRF Charts. In: *World magnetic survey*, A.J. Zmuda, ed., IAGA Bulletin No. 28, Paris, 1971
- Loper, D.E.: Torque balance and energy budget for the precessionally driven dynamo. *Phys. Earth Planet. Inter.* **11**, 43–60, 1975
- Lortz, D.: Impossibility of steady dynamos with certain symmetries. *Phys. Fluids* **11**, 913–915, 1968
- Low, F.J.: Observations of Venus, Jupiter, and Saturn at $\lambda 20 \mu$. *Astron. J.* **71**, 391, 1966
- Malkus, W.V.R.: Precessional torques as the cause of geomagnetism. *J. Geophys. Res.* **68**, 2871–2886, 1963
- Malkus, W.V.R.: Precession of the Earth as the cause of geomagnetism. *Science* **160**, 259–264, 1968
- McKenzie, D., Weiss, N.: Speculations on the thermal and tectonic history of the Earth. *Geophys. J.* **42**, 131–174, 1975
- Moffatt, H.K.: Turbulent dynamo action at low magnetic Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **41**, 435–452, 1970a
- Moffatt, H.K.: Dynamo action associated with random inertial waves in a rotating conducting fluid. *J. Fluid Mech.* **44**, 705–719, 1970b
- Moffatt, H.K.: An approach to a dynamic theory of dynamo action in a rotating conducting fluid. *J. Fluid Mech.* **53**, 385–399, 1972
- Moffatt, H.K.: Generation of magnetic fields by fluid motion. *Advances Appl. Mech.* **16**, 119–181, 1976
- Mullan, D.J.: Earth quake waves and the geomagnetic dynamo. *Science* **181**, 553–554, 1973
- Ness, N.F., Behannon, K.W., Lepping, R.P., Whang, Y.C.: Observations of Mercury's magnetic field. *Icarus* **28**, 479–488, 1976
- Parker, E.N.: Hydromagnetic dynamo models. *Astrophys. J.* **122**, 293–314, 1955
- Parker, E.N.: The generation of magnetic fields in astrophysical bodies III. Turbulent diffusion of fields and efficient dynamos. *Astrophys. J.* **163**, 279–285, 1971a
- Parker, E.N.: The generation of magnetic fields in astrophysical bodies IV. The solar and terrestrial dynamos. *Astrophys. J.* **164**, 491–509, 1971b
- Pekeris, C.L., Accad, Y., Shkoller, B.: Kinematic dynamos and the Earth's magnetic field. *Phil. Trans. Roy. Soc., London* **A275**, 425–461, 1973
- Podolak, M., Cameron, A.G.W.: Models of the giant planets. *Icarus* **22**, 123–148, 1974
- Proudman, J.: On the motion of solids in a liquid possessing vorticity. *Proc. Roy. Soc., London* **A92**, 408–424, 1916
- Rädler, K.-H.: Zur Elektrodynamik turbulent bewegter leitender Medien I. Grundzüge der Elektrodynamik der mittleren Felder. *Z. Naturforschung* **23a**, 1841–1851, 1968a
- Rädler, K.-H.: Zur Elektrodynamik turbulent bewegter leitender Medien II. Turbulenzbedingte Leitfähigkeits- und Permeabilitätsänderungen. *Z. Naturforschung* **23a**, 1851–1860, 1968b

- Roberts, P.H.: Dynamo theory. In: Mathematical problems in the geophysical sciences, W.H. Reid, ed., Lectures in Appl. Math. **14**, 129–206, Providence R.I., 1971
- Roberts, P.H.: Kinematic dynamo models. Phil. Trans. Roy. Soc., London **A272**, 663–703, 1972
- Roberts, P.H., Soward, A.M.: Magnetohydrodynamics of the Earth's core. Ann. Rev. Fluid Mech. **4**, 117–154, 1972
- Roberts, P.H., Stix, M.: The turbulent dynamo. A translation of a series of papers by F. Krause, K.-H. Rädler, and M. Steenbeck. NCAR-TN/IA-60, 1971
- Roberts, P.H., Stix, M.: α -effect dynamos, by the Bullard-Gellman formalism. Astron. Astrophys. **18**, 453–466, 1972
- Roberts, P.H., Stix, M.: On Vainshtein's simplest dynamo instability. Phys. Earth Planet. Inter. **12**, P19–21, 1976
- Rochester, M.G., Jacobs, J.A., Smylie, D.E., Chong, K.F.: Can Precession power the geomagnetic dynamo? Geophys. J. **43**, 661–678, 1975
- Runcorn, S.K.: An ancient lunar magnetic dipole field. Nature **253**, 701–703, 1975
- Russell, C.T.: The magnetic moment of Venus: Venera-4 measurements reinterpreted. Geophys. Res. Lett. **3**, 125–128, 1976
- Siegfried, II, R.W., Solomon, S.C.: Mercury: Internal structure and thermal evolution. Icarus **23**, 192–205, 1974
- Smith, E.J., Davis, L., Jr., Jones, D.E., Coleman, P.J., Jr., Colburn, D.S., Dyal, P., Sonett, C.P.: Jupiter's magnetic field, magnetosphere, and interaction with the solar wind: Pionier 11. Science **188**, 451–455, 1975
- Solomon, S.C.: Some aspects of core formation in Mercury. Icarus **28**, 509–521, 1976
- Soward, A.M.: A kinematic theory of large magnetic Reynolds number dynamos. Phil. Trans. Roy. Soc., London **A272**, 431–462, 1972
- Soward, A.M.: A convection-driven dynamo. I. The weak field case. Phil. Trans. Roy. Soc., London **A275**, 611–651, 1974
- Steenbeck, M.: Elementare magnetohydrodynamische Behandlung chaotisch turbulenter Medien. Monatsber. Deut. Akad. Wiss. Berlin **5**, 625–629, 1963
- Steenbeck, M., Krause, F.: Zur Dynamotheorie stellarer und planetarer Magnetfelder I. Berechnung sonnenähnlicher Wechselfeldgeneratoren. Astron. Nachr. **291**, 49–84, 1969 a
- Steenbeck, M., Krause, F.: Zur Dynamotheorie stellarer und planetarer Magnetfelder II. Berechnung planetenähnlicher Gleichfeldgeneratoren. Astron. Nachr. **291**, 271–286, 1969 b
- Steenbeck, M., Krause, F., Rädler, K.-H.: Berechnung der mittleren Lorentz-Feldstärke $\overline{v \times \mathbf{B}}$ für ein elektrisch leitendes Medium in turbulenter, durch Coriolis-Kräfte beeinflusster Bewegung. Z. Naturforschung **21 a**, 369–376, 1966
- Stix, M.: Dynamo theory and the solar cycle. In: Basic mechanisms of solar activity, V. Bumba and J. Kleczek, eds., IAU Symp. **71**, pp.367–388, 1976
- Taylor, G.I.: Experiments with rotating fluids. Proc. Roy. Soc., London **A100**, 114–121, 1921
- Vainshtein, S.I.: Non-linear problem of the turbulent dynamo. Zh. Eksp. Teor. Fiz. **61**, 612–620, 1971. Engl.: Soviet Phys. JETP **34**, 327–331, 1972
- Vainshtein, S.I.: Simplest dynamo instability. Zh. Eksp. Teor. Fiz. **68**, 997–1004, 1975. Engl.: Soviet Phys. JETP **41**, 494–497, 1976
- Verhoogen, J.: Heat balance of the Earth's core. Geophys. J. **4**, 276–281, 1961
- Vitense, E.: Die Wasserstoffkonvektionszone der Sonne. Z. Astrophys. **32**, 135–164, 1953
- Young, R.E., Schubert, G.: Temperatures inside Mars: Is the core liquid or solid? Geophys. Res. Lett. **1**, 157–160, 1974
- Zmuda, A.J.: World magnetic survey, IAGA Bulletin No.28, Paris, pp.147–205, 1971

Eingegangen am 7. Juni 1977; in revidierter Fassung am 8. August 1977

