NIEDERSÄCHSISCHE STAATS- UND UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK GÖTTINGEN

Werk

Jahr: 1977
Kollektion: fid.geo
Signatur: 8 Z NAT 2148:44
Digitalisiert: Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Werk Id: PPN1015067948_0044
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948_0044

LOG Id: LOG_0043
LOG Titel: Die Einheiten des internationalen Systems in der Geomagnetik
LOG Typ: article

Übergeordnetes Werk

Werk Id: PPN1015067948
PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948
OPAC: http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=1015067948

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.
Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.
Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

J. Geophys. 44, 189–202 (1978)

Journal of Geophysics

Review Article

Die Einheiten des internationalen Systems in der Geomagnetik

A. Hahn

Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung, Postfach 510153, F-3000 Hannover 51, Federal Republic of Germany

SI Units in the Field of Geomagnetism

Abstract. In the field of Geomagnetism only electromagnetic cgs units were used in the past. In September 1973, however, the International Association of Geomagnetism and Aeronomy recommended the adoption of SI Units. Thereby it was specified that values of the geomagnetic field should be expressed in terms of the magnetic induction B, values of intensity of magnetization in terms of magnetization M and values of susceptibility as the ratio between M and the magnetic field H.

The paper presents guidelines for the adaptation to SI of the fundamental relations and common formulas used in geomagnetism particularly in the field of interpreting magnetostatic anomalies.

Key words: Geomagnetism – Units.

1. Situation

Gemäß dem „Gesetz über Einheiten im Meßwesen" und der „Ausführungsverordnung zum Gesetz über Einheiten im Meßwesen", beide von 1970, sind zur Messung physikalischer Größen die SI-Einheiten (SI = Système Internationale d'Unités, internationales Einheitensystem) zu verwenden. Damit fallen die bisher in der Geomagnetik üblichen Einheiten Gauß (G, Γ), Oerstedt (Oe), Gamma (γ; $1\gamma = 10^{-5}$ Oe) und „elektromagnetische cgs-Einheit" (für die magnetische Suszeptibilität) weg.

In der Geomagnetik braucht man Einheiten für folgende Größen:

I. das Meßergebnis einer geomagnetischen Geländemessung mit den Instrumenten Feldwaage, Torsionsmagnetometer, Förstersonde, Protonenmagnetometer oder optisch gepumpte Magnetometer u.ä.,

II. die remanente und/oder induzierte Magnetisierung von Probekörpern (meist Gesteine oder Minerale),

III. die physikalische Größe, die in Probekörpern eine Magnetisierung erzeugt,

IV. die Proportionalitätskonstante, die zwischen III. und der induzierten Magnetisierung vermittelt (magnetische Suszeptibilität).

Das SI sieht für diese 4 Größen keine eindeutig bestimmten Einheiten vor. Die Geomagnetiker haben daher in einer Sitzung der Internationalen Assoziation für Geomagnetismus und Aeronomie (IAGA) am 21. Sept. 1973 in Kyoto als Resolution 3 folgendes beschlossen (Melchior, 1974, S. 36):

"IAGA, considering that SI Units are achieving international recognition as a single standard for worldwide use, recommends adoption of SI Units in the field of geomagnetism.

Specifically IAGA recommends that:

1. (a) Values of the geomagnetic field be expressed in terms of the magnetic induction B (SI Unit tesla = weber/metre^2).

(b) If it is desired to express values in gamma, a note should be added stating that "one gamma is equal to one nanotesla".

2. (a) Values of intensity of magnetization be expressed in terms of magnetization M (SI Unit ampere/metre).

(b) If it is desired to express values in e.m.u., a note should be added stating that "one e.m.u. is equal to 10^3 ampere/metre".

3. (a) Values of susceptibility be expressed as the ratio between magnetization M and the magnetic field H.

(b) If, during the transitional period, it is desired to use values of susceptibility in e.m.u., a note should be added stating that "χ_{SI} is equal to $4\pi\chi_{\mathrm{e.m.u.}}$".

Zu 2.(b): Unter der Bezeichnung e.m.u. versteht man in diesem Zusammenhang gewöhnlich $1\,G$.

Zu 3.(b): In diesem Fall bedeutet e.m.u., daß man das (dimensionslose) Verhältnis von induzierter Magnetisierung zu dem Feld Oe, das sie erzeugt, aus den Einheiten G und Oe gebildet hat, die ja im cgs-System dimensionsgleich sind.

Es erscheint auf den ersten Blick unpassend, daß das Ergebnis von Geländemessungen (I.) nicht mit der Einheit des Magnetfeldes H, $\mathrm{A\,m^{-1}}$, gemessen werden soll, sondern mit der Einheit der magnetischen Kraftflußdichte oder Induktion B, Tesla; jedoch ist dazu folgendes zu bemerken:

1. Die Beziehung

$$B = \mu_0 H$$

ist in Luft bis auf einen Fehler erfüllt, der bei jeder in der Geophysik noch sinnvollen Präzisionsforderung vernachlässigt werden kann.

2. Der Unterschied zwischen dem Magnetfeld H und der magnetischen Kraftflußdichte B besteht in der Magnetostatik darin, daß H den wirbelfreien und B den quellenfreien Teil des Gesamtphänomens darstellt:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = 0$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$$

Dementsprechend findet man an Grenzflächen zwischen zwei Medien unterschiedlicher Permeabilität, daß bezüglich dieser Fläche die Tangentialkomponente von **H** und die Normalkomponente von **B** stetig von dem einen Medium in das andere übergehen. Diesen Unterschied veranschaulicht ein Gedankenexperiment (z.B. Sommerfeld, 1948, S. 90), bei dem im Innern eines Mediums mit der Permeabilität μ im homogenen Magnetfeld einerseits in einer feldparallelen dünnen Bohrung und andererseits in einem quer zum Feld flächenhaft ausgedehnten dünnen Schlitz eine Feldstärkemessung durchgeführt wird. Das Ergebnis der Messung in der feldparallelen Bohrung repräsentiert H, dasjenige im Querschlitz $B=\mu\cdot\mu_0 H$.

Die Frage, ob eine Meßsonde B oder H mißt, hat Lowes (1974) für die z.Z. gängigen Apparaturen untersucht. Er fand in allen Fällen, daß das Meßergebnis in ziemlich komplizierter Weise vom äußeren Feld – sei es nun das Magnetfeld H oder die magnetische Induktion B – und von der Suszeptibilität des umgebenden Mediums Luft oder Wasser sowie von der Gestalt und der Suszeptibilität der Meßsonde abhängt. Es besteht also weder von der Meßpraxis noch vom Verständnis des Meßvorgangs her ein gewichtiger Grund, eine der beiden Größen, B oder H, zur Beschreibung der Ergebnisse von Geländemessungen zu bevorzugen.

Hingegen sprechen zwei praktische Gründe für die in der Resolution getroffene Zuordnung:

1. Es entsprechen sich

$1\gamma \mathrel{\hat{=}} 1\,\text{nT}$ (nanoTesla)

beim Feld bzw. der Induktion und

$$100\gamma \mathrel{\hat{=}} 1\,\text{A}\,\text{m}^{-1} \tag{4}$$

bei der Magnetisierung. Lediglich bei der Umstellung der abgeleiteten Größe „Suszeptibilität" tritt der Faktor 4π auf.

2. Die magnetische Induktion, also das gewöhnlich auf Karten oder Diagrammen dargestellte Ergebnis von Geländemessungen, hat nun eine andere Dimension als die Magnetisierung, also die Eigenschaft von Gesteinsproben. Letztere hat zudem eine anschauliche Bedeutung bekommen: Die Magnetisierungskomponente einer z.B. würfelförmigen Gesteinsprobe parallel zu einer Würfelkante ist in ihrer Wirkung außerhalb der Probe äquivalent der Wirkung einer Drahtwicklung um die Probe, deren Achse parallel zu dieser Kante liegt und die von einem so bemessenen Strom durchflossen ist, daß derselbe Wert in $\text{A}\,\text{m}^{-1}$ entsteht, der auch die Magnetisierung kennzeichnet.

Andererseits wird mancher Geophysiker mit Bedauern sehen, daß das Wort „Magnetfeld", das ja das H-Feld bezeichnet, nun eigentlich nicht mehr auf den Gegenstand der geomagnetischen Vermessungen angewandt werden darf; auch muß bezweifelt werden, daß sich hierfür im Sprachgebrauch der Geophysiker die Worte „(magnetische) Induktion" oder „(magnetische) Kraftflußdichte" durchsetzen werden.

2. Gegenüberstellung der Einheiten

Für diese Gegenüberstellung werden im folgenden meist Größengleichungen verwendet. Wenn darin oder in einem anderen Ausdruck die Einheit einer

cgs-System SI

Größe angegeben werden soll, so wird die betreffende Größe als Produkt aus Zahlenwert und Einheit dargestellt. Dabei werden unbestimmte Zahlenwerte durch das in geschweifte Klammern gesetzte Formelzeichen dargestellt. Solche Größen sind also z.B. $\{H\}\,\mathrm{A\,m^{-1}}$, $\{B\}\,\mathrm{T}$. Selbstverständlich stellt das eingeklammerte Formelzeichen denjenigen Zahlenwert dar, der bei Verwendung der dahinterstehenden Einheit erhalten wird (DIN 1313).

Faktoren für die Umrechnung der Zahlenwerte beim Übergang vom cgs-System zum SI sind am Schluß der Arbeit zusammengestellt.

2.1. Magnetfeld, magnetische Induktion

Gebräuchliche Symbole für die zu messenden Größen sind:

H für das Magnetfeld

B für die magnetische Induktion

Aus der Theorie werden diese Größen gekennzeichnet durch

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H}=0$$
$$\mathrm{div}\,\mathbf{B}=0.$$

Die Einheiten sind:

Für H: Oerstedt (Oe)	H: Ampère pro Meter ($\mathrm{A\,m^{-1}}$)	
Für B: Gauss (G)	B: Tesla (T)	(1)
Im Vakuum gilt $B=H$	$B=\mu_0 H;\ \mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{T/A\,m^{-1}}$	

Zwischen den Einheiten der beiden Systeme, welche zur Messung derselben Größe dienen, bestehen die Beziehungen:

$$1\,\mathrm{Oe} \mathrel{\hat{=}} 10^3/4\pi\,\mathrm{A\,m^{-1}}, \tag{2}$$
$$1\,\mathrm{G} \mathrel{\hat{=}} 10^{-4}\,\mathrm{T}. \tag{3}$$

Für diese Vergleiche seien hier die entsprechenden Abschnitte aus Kohlrausch (1943) zitiert; die verwendete Schreibweise ist am Anfang des Kapitels erläutert:

„In der folgenden Zusammenstellung ist neben der üblichen Buchstabenbezeichnung (Symbol) die Dimension der Größe in einer eckigen Klammer angegeben. Die der Größe zugehörige Maßeinheit im cgs-System wird, falls kein von 1 verschiedener Faktor hinzutritt, dadurch dargestellt, daß in dem Ausdruck für die Dimension die Größen l (Länge), m (Masse), t (Zeit) durch cm, g, s ersetzt sind.“

„Magnetische Feldstärke. $H=[l^{-1/2}m^{1/2}t^{-1}]$. Sie kann bestimmt werden durch Vergleich mit derjenigen magnetischen Feldstärke, die im Inneren einer von dem Strom I durchflossenen Spule erzeugt wird. Besitzt die gegen ihren Durchmesser lange Spule z Windungen je cm, so ist $[H]_m=4\pi\cdot z\cdot[I]_m$; $H=z\cdot I$; $[H]_m$ wird gemessen in Örsted (Ø), H in Amperewindungen pro cm (A/cm). In Rücksicht auf den verschiedenen Zahlenwert von $[I]_m$ und I (vgl. Stromstärke) ist

$$H=10/4\pi\,[H]_m; \qquad [\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-1}]=1\,Ø=10/4\pi\,\mathrm{A\,cm}^{-1}.\text{“}$$

Beim Stichwort „Stromstärke“ ist vermerkt, daß die Einheit der Stromstärke im cgs-System $1\,[\mathrm{cm}^{1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-1}]=10\,\mathrm{A}$ ist.

Magnetische Induktion. $B=[l^{-1/2}m^{1/2}t^{-1}]$. Sie kann ermittelt werden aus dem Zeitintegral $\int_{t_1}^{t_2} U\cdot dt$ der elektromotorischen Kraft, die in einer Drahtschleife von der Fläche dF induziert wird, wenn die Drahtschleife während der Zeit t_2-t_1 in einem magnetischen Feld von dem Ort, an dem die Induktion B bestimmt werden soll, bis in praktisch unendliche Entfernung ($B=0$) geführt wird. Unter der Voraussetzung, daß die Drahtschleife homogen von den magnetischen Induktionslinien ausgefüllt wird, gewinnt man die Induktion selbst, wenn man das genannte Zeitintegral durch die Windungsfläche dividiert. Die entsprechende Differentialgleichung lautet: $U=-\frac{d}{dt}\int(B,dF)$. Absolutes Maß: die cgs-Einheit heißt 1 Gauß (G); praktisches Maß:

$$\mathrm{V\,s/cm^2}; \qquad [\mathrm{cm}^{-1/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-1}]=1\,\mathrm{G}=10^{-8}\,\mathrm{V\,s/cm^2}.\text{“}$$

Oder $1\,\mathrm{G}=10^{-4}\,\mathrm{V\,s/m^2}=10^{-4}\,\mathrm{T}$.

Die bisher in der Geomagnetik übliche Einheit $1\gamma=10^{-5}$ Oe, für die man bei Messungen im Vakuum oder in Luft auch unbedenklich schreiben kann $1\gamma=10^{-5}\,\mathrm{G}$, entspricht also im SI $10^{-9}\,\mathrm{T}=1\,\mathrm{nT}$:

$$1\gamma \mathrel{\hat{=}} 1\,\mathrm{nT}. \tag{4}$$

2.2. Magnetisierung

Zur Betrachtung dieser Größen sei zunächst Stille (1955) zitiert:

„Eine gewisse Sonderstellung nehmen die Größenarten magnetisches Moment, Magnetisierung und magnetische Polstärke ein, für die nebeneinander zwei verschiedene Definitionsarten üblich sind.

In beiden Fällen wird das magnetische Moment m, beispielsweise eines Magneten, über das mechanische Drehmoment eingeführt, das auf den Magneten in einem äußeren Magnetfeld ausgeübt wird. Die beiden Auffassungen unterscheiden sich durch den magnetischen Feldvektor, der zur Charakterisierung des äußeren Magnetfeldes bei der Definition des magnetischen Momentes benutzt wird: magnetische Feldstärke oder magnetische Induktion.“

cgs-System	SI

IAGA hat sich in der zitierten Resolution für die letztere Möglichkeit entschieden. Es sei daher nur die entsprechende Passage aus Stille (l.c.) wiedergegeben:

„Zum anderen wird das magnetische Moment mit der Leerinduktion $B_0 = \mu_0 H$ durch die Gleichung

$$T = m_B \times B_0$$

definiert. Dient m_B zur Beschreibung des in einem magnetisierten Körper hervorgerufenen Magnetismus, so nennt man den Grenzwert ($\tau \to 0$; τ Volumen des Körpers) des Quotienten m_B/τ „Magnetisierung M“. Der Vektor M wird über den Vektor m_B durch die Gleichung

$$m_B = \int M \, d\tau$$

definiert.“

Das Wort Leerinduktion deutet an, daß das mechanische Drehmoment T eines magnetisierten Körpers im Vakuum bestimmt sein soll. Die der Magnetisierung entsprechende, über das Magnetfeld H definierte Größe heißt „magnetische Polarisation“; ihr Formelzeichen ist J. Im cgs-System benutzt man gewöhnlich das Wort „Magnetisierung“ zusammen mit dem Formelzeichen J.

Zwischen den Magnetisierungsgrößen und den Feldgrößen bestehen folgende Zusammenhänge:

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = -4\pi \operatorname{div} \mathbf{J}.$$

Da die Einheit für H: Oe und diejenige für J: G dieselbe Dimension haben, braucht hier auch zwischen J und M nicht unterschieden zu werden.

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = -\operatorname{div} \mathbf{M}. \tag{5}$$

Hier sind die Größen J und M zu unterscheiden: Im Fall homogener Felder gilt:

$$B = \mu_0 (H + M)$$

und (6)

$$B = \mu_0 H + J.$$

Also

$$J = \mu_0 M \tag{7}$$

Dementsprechend ist die Einheit für J: Tesla und für M: $\mathrm{A\,m^{-1}}$.

Zwischen den Systemen entsprechen sich hier

$$\begin{aligned} 1\,\mathrm{G} \quad & \mathrel{\hat{=}} 10^3\,\mathrm{A\,m^{-1}} \\ 10^{-3}\,\mathrm{G} = 100\gamma & \mathrel{\hat{=}} 1\,\mathrm{A\,m^{-1}} \\ 10^{-6}\,\mathrm{G} \quad & \mathrel{\hat{=}} 1\,\mathrm{mA\,m^{-1}}. \end{aligned} \tag{8}$$

cgs-System SI

Diese hinsichtlich der Magnetisierung gültige Beziehung zwischen G und A m^{-1} ist sorgfältig zu unterscheiden von der in *2.1* formulierten (Gl. (2) und (3)), die für Feld- bzw. Induktionsmessungen gilt.

2.3. Suszeptibilität

Gebräuchliches Symbol der Suszeptibilität ist χ. Die Größe selbst ist dimensionslos als Quotient zweier Größen gleicher Dimension. Dieser Quotient ist allerdings in den beiden Systemen unterschiedlich

$$\chi_{\mathrm{cgs}} = \left\{\frac{J}{H}\right\} \frac{\mathrm{G}}{\mathrm{Oe}} \qquad \chi_{\mathrm{SI}} = \left\{\frac{M}{H}\right\} \frac{\mathrm{A\,m^{-1}}}{\mathrm{A\,m^{-1}}}. \tag{6}$$

Beim Übergang von einem System in das andere muß man den Zähler nach *2.2* und den Nenner nach *2.1* transformieren.

In den Zählern sind Magnetisierungsgrößen zu vergleichen (Gl. 8):

$$1\,\mathrm{G}\ (=1\,\mathrm{Oe}) \qquad \mathrel{\hat{=}} 10^3\,\mathrm{A\,m^{-1}}.$$

In den Nennern hat man es mit Feldgrößen zu tun (Gl. 2):

$$1\,\mathrm{Oe} \qquad \mathrel{\hat{=}} 10^3/4\pi\,\mathrm{A\,m^{-1}}.$$

Der Vergleich ergibt daher:

$$\frac{1\,\mathrm{Oe}_{\mathrm{Magnet.}}}{1\,\mathrm{Oe}_{\mathrm{Feld}}} \qquad \mathrel{\hat{=}} \frac{10^3\,\mathrm{A\,m^{-1}}}{(10^3/4\pi)\,\mathrm{A\,m^{-1}}} = 4\pi \frac{\mathrm{A\,m^{-1}}}{\mathrm{A\,m^{-1}}}.$$

Hieraus sieht man, daß die Einheit der Suszeptibilität im cgs-System um den Faktor 4π größer ist als die Einheit im SI-System. Wenn also eine Messung im cgs-System den Wert 1 ergab, erhält man aus derselben Messung im SI-System den Wert 4π:

$$\chi_{\mathrm{cgs}} = 1 \qquad \mathrel{\hat{=}} \chi_{\mathrm{SI}} = 4\pi. \tag{10}$$

Wegen der fehlenden Dimension ist es dringend zu empfehlen, bei der Angabe von Werten der Suszeptibilität das verwendete Einheitensystem zu vermerken.

2.4. Induzierte Magnetisierung

Die Suszeptibilität ist bei den meisten Gesteinskörpern so klein, daß ihre im erdmagnetischen Feld induzierte Magnetisierung ohne Berücksichtigung des Entmagnetisierungsfaktors berechnet werden kann. In emcgs-Einheiten lautet die entsprechende Beziehung:

$$\{J_{\mathrm{ind}}\}\,\mathrm{G} = \chi \cdot \{H\}\,\mathrm{Oe}. \tag{11}$$

cgs-System SI

Da „Gauß“ und „Oerstedt“ in der Dimension übereinstimmen, entstehen bei dieser Gleichsetzung keine Probleme. In SI-Einheiten kann man für die Magnetisierung M entsprechend formulieren:

$$\{M_{\mathrm{ind}}\}\,\mathrm{A\,m^{-1}} = \chi_{\mathrm{SI}} \cdot \{H\}\,\mathrm{A\,m^{-1}}. \tag{12}$$

Diese Gleichung ist zwar ebenso einfach wie die Gleichung (11), doch braucht man für die Praxis auch die Beziehung zwischen der induzierten Magnetisierung und der mgnetischen Kraftflußdichte B. Sie lautet offenbar (s. Gl. (1)):

$$\{M_{\mathrm{ind}}\}\,\mathrm{A\,m^{-1}} = \chi_{\mathrm{SI}} \frac{\{B\}\,\mathrm{T}}{\{\mu_0\}\,\mathrm{T/A\,m^{-1}}}. \tag{13}$$

Wenn man den Wert von B in nT aufschreibt, erhält man unter Berücksichtigung des Wertes von $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T/A\,m^{-1}} = 4\pi \cdot 100\,\mathrm{nT/A\,m^{-1}}$

$$\begin{aligned} &\{M_{\mathrm{ind}}\}\,\mathrm{A\,m^{-1}} \\ &= \chi_{\mathrm{SI}} \frac{\{B\}'\,\mathrm{nT}}{4\pi \cdot 100\,\mathrm{nT/A\,m^{-1}}} \\ &\text{wobei } \{B\}' = 10^9 \cdot \{B\}. \end{aligned} \tag{14}$$

An dieser Stelle tritt also im SI-System der unvermeidliche Faktor 4π auf.

Wenn man auf $\mathrm{mA\,m^{-1}}$ übergeht und dementsprechend für M den 1000-fachen Zahlenwert aufschreibt ($\{M_{\mathrm{ind}}\}' = 10^3 \cdot \{M_{\mathrm{ind}}\}$), hat man

$$\begin{aligned} &\{M_{\mathrm{ind}}\}'\,\mathrm{mA\,m^{-1}} \\ &= \chi_{\mathrm{SI}} \cdot (10/4\pi) \cdot \{B\}'\,\mathrm{nT} \\ &\approx \chi_{\mathrm{SI}} \cdot 0{,}8\,\{B\}'\,\mathrm{nT}. \end{aligned}$$

Da $10/4\pi$ die Größenordnung 1 hat, kann man für Abschätzungen festhalten: Man bekommt durch Multiplikation des B-Feldes in nT mit dem SI-Wert der Suszeptibilität die Größenordnung der induzierten Magnetisierung in $\mathrm{mA\,m^{-1}}$.

Es sei hier vermerkt, daß die Feldstärke von Feldern, die – meist im Labor – von stromdurchflossenen Spulen erzeugt werden, in $\mathrm{A\,m^{-1}}$ anzugeben ist. Dies gilt insbesondere für die Aufnahme von Hysterese-Schleifen, für die Coerzitivkraft, für Auf- und Abmagnetisierungsversuche im Gleich- oder Wechselfeld bei variabler oder konstanter Temperatur u.ä. Auszunehmen hiervon sind selbstverständlich die Felder von Spezialspulen zur Kalibrierung von Geländemagnetometern.

Gemäß Gleichung (2) hat man

$$\begin{aligned} 10\,\mathrm{Oe} &\mathrel{\hat{=}} (10^4/4\pi)\,\mathrm{A\,m^{-1}} \approx 0{,}8\,\mathrm{kA\,m^{-1}} \\ 100\,\mathrm{Oe} &\mathrel{\hat{=}} (10^5/4\pi)\,\mathrm{A\,m^{-1}} \approx 8\,\mathrm{kA\,m^{-1}}. \end{aligned} \tag{15}$$

usw.

cgs-System | SI

Ohne Herleitung sei hier noch folgendes notiert:

Das Feld im Innern einer langen Spule beträgt

$\{H\}_{\text{cgs}}\,\text{Oe} = 4\pi \cdot 10^{-3} \cdot n \cdot I$ $\qquad$ $\{H\}_{\text{SI}}\,\text{A m}^{-1} = n \cdot I$

dabei bedeuten:

I Spulenstrom in A

n Zahl der Windungen pro m Spulenlänge.

Die Helmholtzspule mit dem Radius $\{r\}$ m und der Windungszahl n in jeder der beiden Schleifen hat mit dem Spulenstrom $\{I\}$ A in Zentrum die Feldstärke

$\{H\}_{\text{cgs}}\,\text{Oe} = (0{,}286217 \cdot \pi/(r\,100)) \cdot n \cdot I$ $\qquad$ $\{H\}_{\text{SI}}\,\text{A m}^{-1} = 0{,}715542 \cdot n \cdot I/r.$

Der Faktor 100 im Nenner der Formel auf der cgs-Seite kommt daher, daß r hier in m und nicht – wie sonst üblich – in cm gemessen sein soll. Die Formel auf der SI-Seite ergibt sich unmittelbar durch Einsetzen von (2) für Oe.

2.5. *Der magnetische Dipol*

2.5.1. Das Dipolmoment (und die Polstärke). Das Dipolmoment m eines magnetisierten Körpers ist proportional dem Drehmoment, das dieser Körper in einem homogenen äußeren Feld erfährt. Man faßt es auf als Produkt aus dem Volumen des Körpers V und seiner in diesem Sinne gemittelten Magnetisierung J bzw. M

$m = \{J\} \cdot \{V\}\, G\, cm^3$ $\qquad$ $m = \{M\} \cdot \{V\}\,\text{A m}^2.$ $\qquad$ (16)

Da die Magnetisierungseinheit $1\,\text{G} \mathrel{\hat{=}} 10^3\,\text{A m}^{-1}$ entspricht und $1\,\text{cm}^3 = 10^{-6}\,\text{m}^3$, gilt für die Einheiten

$$1\,\text{G cm}^3 \mathrel{\hat{=}} 10^{-3}\,\text{A m}^2 = 1\,\text{mA m}^2. \tag{17}$$

Die seltener gebrauchten Einheiten der Polstärke sind

G cm^2 und A m.

Dabei gilt wegen $1\,\text{cm}^2 = 10^{-4}\,\text{m}^2$

$$1\,\text{G cm}^2 \mathrel{\hat{=}} 10^{-1}\,\text{A m}. \tag{18}$$

Das Drehmoment eines Dipols im Feld ist in den Gleichungen (33) und (34) formuliert.

In den folgenden Abschnitten *2.5.2* und *2.5.3* ist in den SI-Gleichungen von (21) ab die Dimension von μ_0 nicht notiert.

2.5.2. Das Feld des Dipols. Das Potential $P(H)$ des H-Feldes eines Dipols $\mathbf{m}$ ist gegeben durch

cgs-System | SI

$P(H)=(\mathbf{m},\mathbf{r})/r^3$ $\qquad$ $P(H)=(1/4\pi)\cdot(\mathbf{m},\mathbf{r})/r^3.$ (19)

Der Faktor 4π tritt hier im SI-System auf, weil er in Gleichung (5) fehlt. Das Potential des B-Feldes lautet entsprechend

$$P(B)=(1/4\pi)\cdot\mu_0(\mathbf{m},\mathbf{r})/r^3. \qquad (20)$$

Setzt man den Zahlenwert von μ_0 ein und notiert die Dimensionen, so hat man

$$\{P(B)\}\,\mathrm{T\,m} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\,\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{A\,m^{-1}}}\,\frac{(\{\mathbf{m}\}\,\mathrm{A\,m^2},\{\mathbf{r}\}\,\mathrm{m})}{\{r^3\}\,\mathrm{m}^3},$$

$$\{P(B)\}\,\mathrm{nT\,m}=10^2(\{\mathbf{m}\}\,\mathrm{A\,m^2},\mathbf{r})/r^3. \qquad (21)$$

Man sieht daraus: Das Potential der magnetischen Indukion, die zu einem Dipol $\{\mathbf{m}\}\,\mathrm{A\,m^2}$ gehört, bekommt man in nT m, indem man das innere Produkt aus Dipolmoment **m** und Fahrstrahl **r** zum Aufpunkt, geteilt durch r^3 mit dem Faktor 100 multipliziert. Es ist dies sozusagen derselbe Faktor 100, der uns schon beim Vergleich der Einheiten der Magnetisierung G und $\mathrm{A\,m^{-1}}$ begegenete (Gl. (8)). Alle daraus abzuleitenden Formeln für die Feldkomponenten gehen nach dieser einfachen Regel vom cgs-System in das SI-System über:

Feld des Dipols

Auf der Achse, achsenparallele Feldkomponente:

$\mathbf{H}=2\,\mathbf{m}/r^3$ $\qquad$ $\{\mathbf{B}\}\,\mathrm{nT}=100\cdot 2\{\mathbf{m}\}\,\mathrm{A\,m^2}/r^3.$ (22)

Am Äquator, achsenparallele Feldkomponente:

$\mathbf{H}=-\mathbf{m}/r^3$ $\qquad$ $\{B\}\,\mathrm{nT}=-100\cdot\{\mathbf{m}\}\,\mathrm{A\,m^2}/r^3.$ (23)

Bei der homogen magnetisierten Kugel ist

$\mathbf{m}=V\cdot\mathbf{J}$ $\qquad$ $\mathbf{m}=V\cdot\mathbf{M},$

$\mathbf{m}=(4\pi/3)\cdot R^3\cdot\mathbf{J}$ $\qquad$ $\mathbf{m}=(4\pi/3)\cdot R^3\cdot\mathbf{M}$ (24)

$R=$ Radius der Kugel.

Dementsprechend ist das Feld auf der Achse

$\mathbf{H}=(8\pi/3)\cdot(R^3/r^3)\cdot\mathbf{J}$ $\qquad$ $\{\mathbf{B}\}\,\mathrm{nT}=(8\pi/3)\cdot(R^3/r^3)\cdot 100\cdot\{\mathbf{M}\}\,\mathrm{A\,m^{-1}}$ (25)

und das Feld in der Äquatorebene

$\mathbf{H}=-(4\pi/3)\cdot(R^3/r^3)\cdot\mathbf{J}$ $\qquad$ $\{\mathbf{B}\}\,\mathrm{nT}=-(4\pi/3)\cdot(R^3/r^3)\cdot 100\cdot\{\mathbf{M}\}\,\mathrm{A\,m^{-1}}.$ (26)

cgs-System	SI

2.5.3. Die Felder von zweidimensionalen Körpern. Hier werden als Beispiele die wohlbekannten Formeln für die Vertikalkomponente Z des Magnetfeldes eines horizontalen Zylinders und einer dünnen Platte, beide in horizontaler Richtung unendlich ausgedehnt, aufgeschrieben.
Das Feld des Zylinders:

$\{Z\}\ \gamma = 2(j_\perp/r^2)\cos(2\rho - \vartheta)$ $\qquad$ $\{Z\}\ \mathrm{nT} = 200\cdot(\mu_\perp/r^2)\cos(2\rho-\vartheta)$ (27)

$j_\perp, \mu_\perp$: Magnetisches Moment pro Längeneinheit des Zylinders, Komponente senkrecht zur Zylinderachse in
G cm^2 $\qquad$ A m

ρ: Winkel des Fahrstrahls vom Zylinder zum Aufpunkt,
ϑ: Winkel der Magnetisierung, beide gemessen vom Lot,
r: Länge des Fahrstrahls.

Feld der dünnen Platte

$\{Z\}\ \gamma = -(2\,J b/r)\cos(\rho-\beta)$ $\qquad$ $\{Z\}\ \mathrm{nT} = -(200\,M b/r)\cos(\rho-\beta)$ (28)

J, M: Magnetisierung der Platte, gemessen in
G $\qquad$ A m^{-1},

b: Mächtigkeit der Platte,
r: Länge des Fahrstrahls von der Plattenoberkante zum Aufpunkt,
ρ: Winkel des Fahrstrahls, gemessen vom Lot,
β: Winkel zwischen Magnetisierung und Einfallen der Platte.

2.5.4. Die Eigenfelder von schwach permeablen Körpern im äußeren Feld. Bisweilen möchte man in diesen Formeln die Suszeptibilität und das induzierende Feld H_a bzw. B_a anstelle der Magnetisierung anschreiben. Zur besseren Unterscheidung bezeichnet in den folgenden Formeln H_K bzw. B_K das Eigenfeld des betrachteten Körpers. Unter Vernachlässigung des Entmagnetisierungsfaktors hat man dann:

Feld der Kugel auf der feldparallelen Achse

$$\mathbf{H}_K = (8\pi/3)\cdot(R^3/r^3)\cdot\chi_{\mathrm{cgs}}\cdot\mathbf{H}_a \tag{29}$$

Im SI-System muß man für die Magnetisierung **M** in Gleichung (25) den Wert einsetzen, der in Gleichung (14) formuliert ist

$$\{\mathbf{M}\}\ \mathrm{A\,m^{-1}} = \chi_{\mathrm{SI}}/(4\pi\cdot 100)\cdot\{\mathbf{B}\}\ \mathrm{nT}, \tag{14}$$

und erhält

cgs-System | SI

$$\{\mathbf{B}_K\}\ \mathrm{nT} = (8\pi/3) \cdot (R^3/r^3) \cdot (\chi_{SI} \cdot 100)/(4\pi \cdot 100) \cdot \{\mathbf{B}_a\}\ \mathrm{nT}$$

$$\{\mathbf{B}_K\}\ \mathrm{nT} = (8\pi/3) \cdot (R^3/r^3) \cdot \chi_{SI}/4\pi \cdot \{\mathbf{B}_a\}\ \mathrm{nT}. \tag{30}$$

Man hat also – wie nicht anders zu erwarten – nur das H-Feld der Kugel und das äußere H-Feld durch die magnetische Induktion der Kugel und die äußere magnetische Induktion zu ersetzen und statt χ_{cgs} $\chi_{SI}/4\pi$ zu schreiben.

Die Formeln für die übrigen Körper lauten:

Feld des Zylinders:

cgs-System: $Z_K = (2\chi F H_a'/r^2) \cos(2\rho - \vartheta)$

SI:
$$Z_K = (\chi_{SI}/2\pi) \cdot (F \cdot B_a'/r^2) \cdot \cos(2\rho - \vartheta) \tag{31}$$

χ, χ_{SI}: Suszeptibilität des Zylinders
F: Querschnittfläche des Zylinders
ρ: Winkel des Fahrstrahls von der Zylinderachse zum Aufpunkt
ϑ: Winkel der Feldkomponente H_a', B_a' in der Ebene senkrecht zur Zylinderachse, gemessen vom Lot.

Feld der dünnen Platte:

cgs-System: $Z_K = (2\chi \cdot H_a' \cdot b/r) \cdot \cos(\rho - \beta)$

SI:
$$Z_K = (\chi_{SI} \cdot B_a' \cdot b/(2\pi r)) \cdot \cos(\rho - \beta) \tag{32}$$

b: Mächtigkeit der Platte
β: Winkel zwischen der Richtung des in die Ebene senkrecht zum Streichen der Platte projizierten äußeren Feldes H_a', B_a' und dem Einfallen der Platte, sonstige Symbole wie bei Gleichung (31).

In den Formeln für die Felder von anderen einfachen Körpern ist stets die Magnetisierung J (in G) durch $100 \cdot M$ (in $\mathrm{A\,m^{-1}}$) bzw. die Suszeptibilität χ durch $\chi_{SI}/4\pi$ zu ersetzen.

2.5.5. Das Drehmoment eines Dipols im Feld. Im cgs-System multipliziert man das H-Feld mit dem Dipolmoment vektoriell und erhält das Drehmoment **D**

$$(\{\mathbf{H}\}\ \mathrm{Oe} \times \{\mathbf{m}\} \cdot \Gamma\ \mathrm{cm}^3) = \{\mathbf{D}\}\ \mathrm{dyn} \cdot \mathrm{cm}. \tag{33}$$

Im SI-System hat man das B-Feld mit dem Dipolmoment vektoriell zu multiplizieren und erhält das Drehmoment in $\mathrm{N \cdot m}$

$$\{\mathbf{B}\}\ \mathrm{T} \times \{\mathbf{m}\}_{SI}\ \mathrm{A\,m^2}) = \{\mathbf{D}\}_{SI}\ \mathrm{N \cdot m}. \tag{34}$$

Man überzeugt sich leicht, daß die Dimensionen im SI-System zusammenpassen. Mit $1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{V \cdot sec \cdot m^{-2}}$ hat man auf der linken Seite

$$\mathrm{V \cdot sec \cdot m^{-2} \cdot A \cdot m^2 = W \cdot sec = N \cdot m \cdot sec^{-1} \cdot sec = N\,m.}$$

2.6. *Zusammenfassung für die Anwendung*

2.6.1. Einheiten. Für die am Anfang genannten vier Größen sind also im SI-System in Verbindung mit dem Beschluß der IAGA folgende Einheiten zu verwenden:

I. Für das Meßergebnis von Geländemessungen: T, nT.

II. Für die Magnetisierung von Gesteinen:

$$\mathrm{A\,m^{-1}}, \quad \mathrm{mA\,m^{-1}}.$$

III. Für die Größe, die in Probekörpern eine Magnetisierung erzeugt, z.B. bei Bestimmungen der Suszeptibilität und bei Abmagnetisierungen:

$$\mathrm{A\,m^{-1}}.$$

IVa. Für die Proportionalitätskonstante zwischen III. und der induzierten Magnetisierung:

1 (dimensionslos).

IVb. Falls man die induzierte Magnetisierung zur magnetischen Induktion proportional setzen will, ist die betreffende Konstante χ_{SI}/μ_0 und hat dementsprechend die Dimension:

$$\mathrm{A\,m^{-1}\,T^{-1}}.$$

2.6.2. Umrechnungsfaktoren für die Zahlenwerte beim Übergang vom cgs-System zum SI. In der folgenden Tabelle sind die Faktoren aufgelistet, mit denen man die Zahlenwerte, die bei Verwendung der cgs-Einheiten auftreten, multiplizieren muß, um die Zahlenwerte zu erhalten, die bei den entsprechenden SI-Einheiten stehen müssen.

	Größe, Nr. der entsprechenden Gleichung	Aus dem Zahlenwert bei Verwendung der cgs-Einheit	erhält man durch Multiplikation mit dem Faktor	den Zahlenwert bei Verwendung der SI-Einheit
1	Magnetfeld (2)	Oe	$10^3/4\pi = 79{,}57747$	$\mathrm{A\,m^{-1}}$
2	Magnetische Induktion (3), (4)	G γ	10^{-4} 1	T nT
3	Magnetisierung (8)	G γ	10^3 $\begin{cases}10^{-2}\\10\end{cases}$	$\mathrm{A\,m^{-1}}$ $\mathrm{A\,m^{-1}}$ $\mathrm{mA\,m^{-1}}$
4	Suszeptibilität (10)	G/Oe	$4\pi = 12{,}56637$	$\mathrm{A\,m^{-1}/(A\,m^{-1})}$
5	Magnetisierung hervorgerufen durch magnetische Induktion	$\left.\begin{matrix}G/G\\ \gamma/\gamma\end{matrix}\right\}$	10^{-2}	$\mathrm{A\,m^{-1}/nT}$
6	Magnetisches Dipolmoment (17)	$\mathrm{G\,cm^3}$	10^{-3}	$\mathrm{A\,m^2}$
7	Magnetische Polstärke (18)	$\mathrm{G\,cm^2}$	10^{-1}	A m

Bei den Zeilen 3, 4 und 5 ist zu beachten, daß man hier von der magnetischen Polarisation J im cgs-System zur Magnetisierung M im SI übergeht.

3. Danksagung

Wertvolle Hinweise zu diesem Thema erhielt ich von den Herren Professor Dr. G. Angenheister und Professor Dr. O. Rosenbach. Die Herren Dr. W. Bosum, Dr. G. Brass und Dr. J. Pohl haben in mündlichen Diskussionen den Gang der Arbeit gefördert. Ihnen allen gilt mein herzlicher Dank.

Literatur

Kohlrausch, F.: Praktische Physik, Bd. 1, Leipzig (Teubner), 1943
Lowes, F.J.: Do Magnetometers Measure B or H? – Geophys. J. **37**, 151–155 (1974)
Melchior, P. (Hrsg.): I.U.G.G. Chronicle no. 96 – Juin 1974, Paris (IUGG Publ. Office), 1974
Sommerfeld, A.: Vorlesungen über Theoretische Physik, Wiesbaden (Dieterich), 1948
Stille, U.: Messen und Rechnen in der Physik, Braunschweig (Friedr. Vieweg & Sohn), 1955
Deutsche Normen (Benth-Vertrieb; Berlin, Köln, Frankfurt a.M.) DIN 1313 Schreibweise physikalische Gleichungen in Naturwissenschaft und Technik

Eingegangen am 16. Dezember 1976; Revidierte Fassung am 14. Oktober 1977