

## Werk

**Jahr:** 1977

**Kollektion:** fid.geo

**Signatur:** 8 Z NAT 2148:44

**Digitalisiert:** Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen

**Werk Id:** PPN1015067948\_0044

**PURL:** [http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948\\_0044](http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948_0044)

**LOG Id:** LOG\_0086

**LOG Titel:** Modellversuche zur elektromagnetischen Induktion in langgestreckten Strukturen

**LOG Typ:** article

## Übergeordnetes Werk

**Werk Id:** PPN1015067948

**PURL:** <http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PPN1015067948>

**OPAC:** <http://opac.sub.uni-goettingen.de/DB=1/PPN?PPN=1015067948>

## Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain these Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

## Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen  
Georg-August-Universität Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen  
Germany  
Email: [gdz@sub.uni-goettingen.de](mailto:gdz@sub.uni-goettingen.de)

## **Modellversuche zur elektromagnetischen Induktion in langgestreckten Strukturen\***

M. Leppin und B. Boldt\*\*

Institut für Geophysikalische Wissenschaften, Freie Universität Berlin,  
Rheinbabenallee 49, 1000 Berlin 33

### **Analogue Model Experiments for Electromagnetic Induction in Elongated Structures**

**Abstract.** By means of an electrolytic tank with an imbedded graphite cylinder, analogue model experiments have been carried out to study the induced electromagnetic field for elongated conductivity anomalies. It is shown that the electric field or current within the solution is in general elliptically polarized, the maximum amplitudes occurring near the ends of the cylinder. However, the results do not infer any systematic concentration or “bundling” of the induction currents through the highly conducting cylinder. When applying the magneto-telluric method to the surface measurements of electric and magnetic fields, the apparent resistivity turns out to be a function of location, with a minimum above the cylinder axis. The induction arrows derived from the total magnetic field at a surface point besides the cylinder for different frequencies are nearly perpendicular to the striking of the imbedded model anomaly. For lower frequencies both real and imaginary components of the complex induction arrow are pointing away from the anomaly, whereas for higher frequencies the latter has changed sign, now pointing into the opposite direction.

**Key words:** Electromagnetic induction – Analogue model experiments.

### **1. Einleitung**

Seit nunmehr zwei Jahrzehnten werden in zunehmendem Maße die natürlichen Variationen des erdmagnetischen Feldes benutzt zur Erkundung der Leitfähig-

---

\* Nach einem Vortrag, gehalten auf der 37. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft vom 29. 3. – 1. 4. 1977 in Braunschweig

\*\* *Gegenwärtige Adresse:* 39 Brunswick Blvd. #308, Dollard des Ormeaux, P. Q. H9B 2K4, Canada

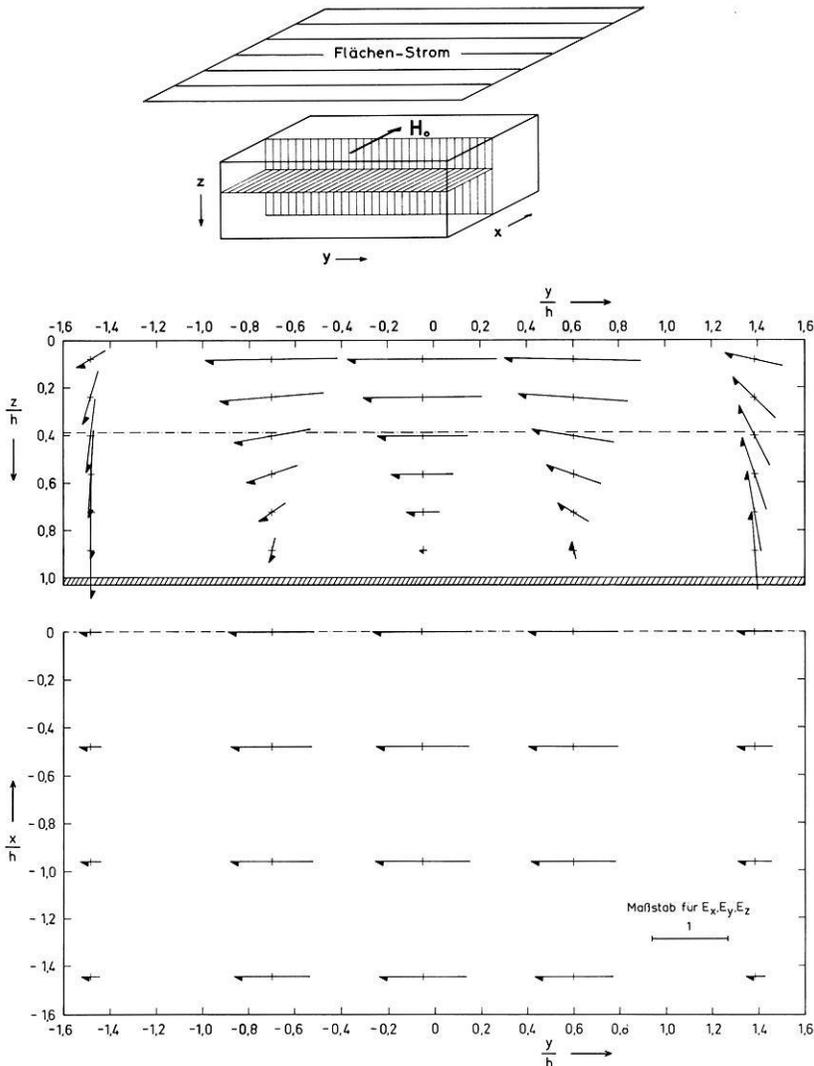
keitsstruktur des tieferen Untergrundes. Um bei der Interpretation der beobachteten anomalen Felder auf Größe, Form und Lage einer Leitfähigkeitsanomalie schließen zu können, werden diese mit bekannten Modellfeldern verglichen, die auf numerischem bzw. analytischem Wege berechnet oder auch durch Messungen an Analog-Modellen gewonnen werden. Räumlich langgestreckte Anomalien erlauben dabei oft eine wesentliche Vereinfachung der Rechnungen. Unter dieser Voraussetzung behandelt beispielsweise Steveling (1973) die Norddeutsche Leitfähigkeitsanomalie als ein zweidimensionales Induktionsmodell. Nach Modellversuchen von Rokityansky (1972) und Boldt (1977) hängt die Länge, von der ab ausgedehnte Leitfähigkeitsanomalien in hinreichender Näherung wie unendlich lange Strukturen behandelt werden können, wesentlich vom betrachteten Periodenbereich sowie von dem Leitfähigkeitsverhältnis zwischen der Einlagerung und dem Nebengestein ab. Ein Störkörper, dessen Leitfähigkeit sehr viel größer ist als diejenige seiner Umgebung, verhält sich im Vergleich zu einem Körper in einem nichtleitenden Medium erst bei einer bedeutend größeren Erstreckung wie ein unendlich langer Leiter. Ist der Leitfähigkeitsunterschied dagegen gering, so können nach Weidelt (1975) bereits bei relativ kurzen Einlagerungen zweidimensionale Verhältnisse angenommen werden.

Es fehlt daneben nicht an Versuchen, begrenzte Induktionsanomalien durch nahezu stationäre Stromverteilungen im Untergrund quantitativ zu interpretieren. Im Falle der Kirovograder Leitfähigkeitsanomalie vergleicht Rokityansky (1974) die Registrierungen mit der Induktion in einem leitfähigen Ellipsoid an der Grenze zwischen Erdkruste und Erdmantel. Da im Gebiet des Ukrainischen Schildes der Induktionsparameter im Normalfall als vergleichsweise klein gegenüber eins angesehen werden kann, führt der Autor das beobachtete anomale Magnetfeld auf eine im Ellipsoid verstärkte Stromdichte zurück, die als gleichstromartige Bündelung der im Nebengestein induzierten Ströme durch die wesentlich besser leitende Einlagerung verstanden wird. Von ähnlichen Vorstellungen geht auch Frischknecht (1973) aus, um das verstärkte anomale Magnetfeld eines leitenden Zylinders in einer leitfähigen Umgebung zu erklären.

In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse von Modellexperimenten dargelegt, bei denen das räumliche und zeitliche Verhalten des induzierten elektrischen und magnetischen Feldes in der schwach leitfähigen Umgebung eines gut leitenden Zylinders untersucht wird. An diesem speziellen Beispiel wird insbesondere die Möglichkeit diskutiert, erdmagnetische Induktionsanomalien durch lokal konzentrierte Quasi-Gleichströme zu beschreiben. Daneben wird die Frequenzabhängigkeit des geomagnetischen Induktionspfeiles sowie das Verhalten des nach der magnetotellurischen Methode ermittelten scheinbaren spezifischen Widerstandes für das betrachtete Modell näher untersucht.

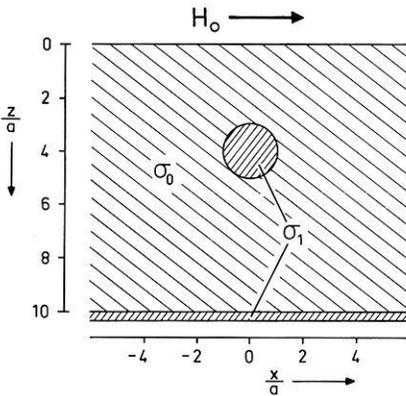
## 2. Das Analog-Modell

In Figur 1 ist der Aufbau der Meßapparatur, mit der erdmagnetische Induktionsvorgänge in mittleren magnetischen Breiten modellhaft untersucht werden können, schematisch angegeben. Ein ebenes Flächenstromsystem mit den Abmessungen  $2,9 \text{ m} \times 3,5 \text{ m}$  erzeugt ein horizontales und genähert homogenes induzierendes Magnetfeld im Frequenzbereich zwischen  $10^3 \text{ Hz}$  und  $2,5 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ . Unterhalb der Stromschicht befindet sich ein elektrolytischer Trog mit einer



**Fig. 1.** Projektionen der oszillierenden elektrischen Feld- bzw. Stromvektoren im Innern der elektrolytischen Lösung auf eine Vertikalebene quer zum induzierenden Magnetfeld  $H_0$  (mittleres Bild; schraffiert: die Graphit-Bodenschicht) sowie auf eine Horizontalebene bei  $z/h=0,39$  ( $h$  = Mächtigkeit der elektrolytischen Lösung). Ganz oben das Versuchsschema. Das elektrische Feld ist durchweg linear polarisiert

Grundfläche von  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  und einer Tiefe von  $0,31\text{ m}$  als Modell eines leitfähigen Halbraumes. Als Elektrolyt dient eine 7%ige HCl-Lösung, deren Leitfähigkeit bei Zimmertemperatur  $39\ \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  beträgt. Um den Trog in seinem Induktionsverhalten besser dem Modell des Halbraumes anzupassen, ist der Boden des Tanks mit Graphitplatten bedeckt (s. auch Dosso, 1966; Leppin, 1977a). Das magnetische Gesamtfeld innerhalb und außerhalb der elektrolytischen Lösung wird mit Hilfe einer kleinen Induktionsspule in allen Komponenten vermessen (Koordinatenursprung in der Mitte des Troges an der Oberfläche der Lö-



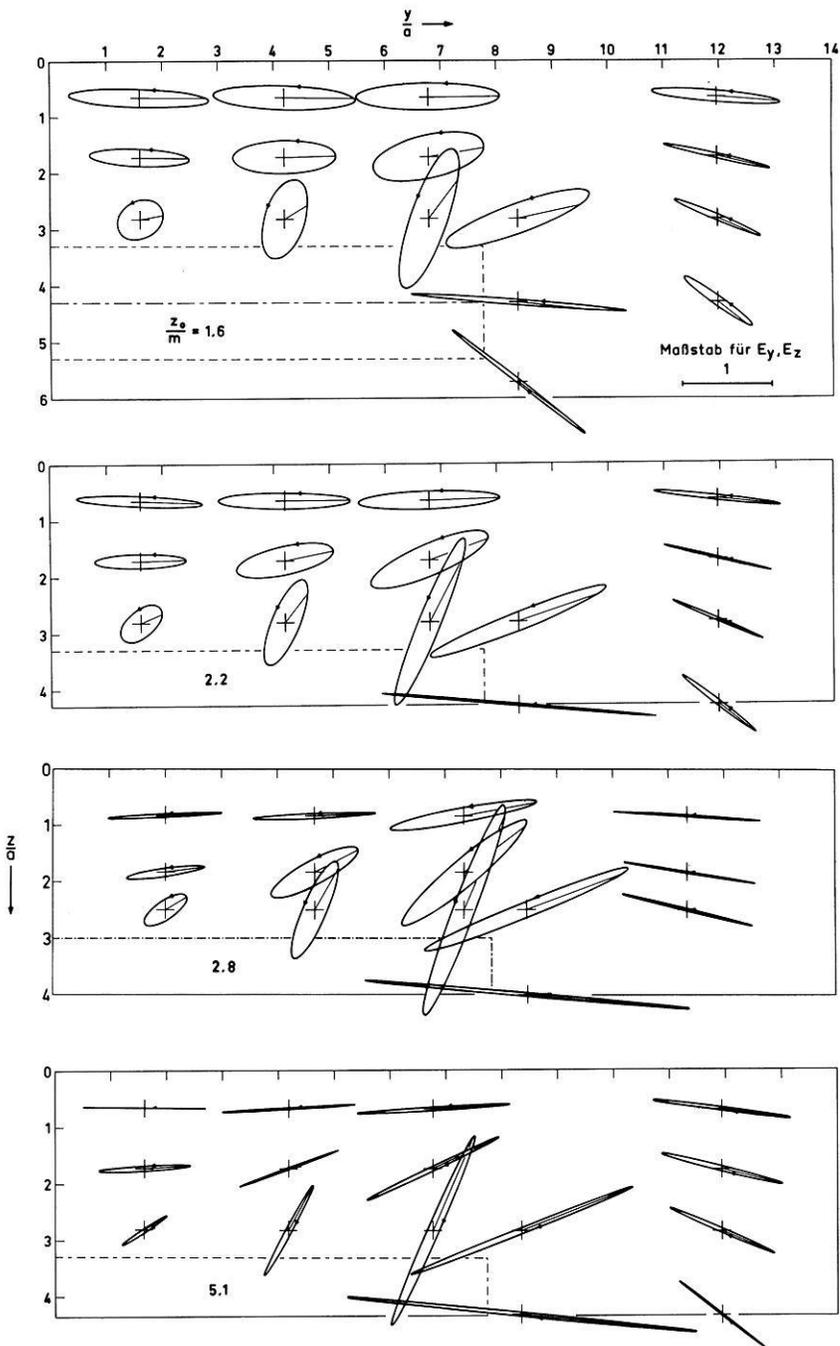
**Fig. 2.** Querschnitt durch den elektrolytischen Trog mit eingelagertem Zylinder ( $a$  = Radius des Zylinders;  $\sigma_0$  = Leitfähigkeit der elektrolytischen Lösung;  $\sigma_1$  = Leitfähigkeit des Zylinders und der Bodenplatte)

sung). Das im Elektrolyten induzierte elektrische Feld berechnet sich aus der Spannung zwischen zwei Elektroden, deren gegenseitiger Abstand 0,02 m beträgt.

Eine mögliche Form, das zeitliche Verhalten des induzierten elektrischen Feldes während einer Schwingungsperiode zu veranschaulichen, ist die Darstellung von Amplituden und Phasen zweier zueinander senkrechter Feldstärkekomponenten. Im allgemeinen beschreibt dabei der Endpunkt des elektrischen Feldvektors im Raum eine elliptische Bahn, die sogenannte Feldellipse. Dann und nur dann, wenn die Phasen der beiden Komponenten übereinstimmen bzw. sich um  $180^\circ$  unterscheiden, ist der Feldvektor linear polarisiert mit fester Schwingungsrichtung. Dies ist im reinen Elektrolyten an allen Meßorten der Fall. Das elektrische Feld und damit der Induktionsstrom in der elektrolytischen Lösung ist durchweg linear polarisiert. In Figur 1 ist die Verteilung der elektrischen Feldvektoren in der mittleren Vertikalebene senkrecht zum induzierenden Feld sowie in einer Horizontalebene dargestellt. Bei den Messungen, die bei einer Frequenz von  $7 \cdot 10^4$  Hz durchgeführt wurden, stimmt die elektromagnetische Eindringtiefe  $z_0$  des Elektrolyten ( $z_0 = \sqrt{2/\sigma_0 \mu_0 \omega}$ ;  $\sigma_0$  = Leitfähigkeit der Lösung;  $\mu_0$  = Induktionskonstante;  $\omega$  = Kreisfrequenz) mit der Schichtmächtigkeit  $h$  der Lösung überein. Alle Amplituden sind auf das horizontale elektrische Feld in der Mitte des Troges nahe der Oberfläche bei  $z/h = 0,06$  bezogen. Die von den Seiten des Troges ausgehenden Störfelder sind in einer Entfernung von ungefähr einer Eindringtiefe nahezu vollständig abgeklungen. Insgesamt bedeuten die Meßergebnisse, daß sich das induzierte elektrische Feld in einem hinreichend großen Raumbereich in der Mitte des Elektrolyten wie bei einem zweifach geschichteten Halbraum mit den gleichen Modellparametern im Sinne der Cagniardschen Theorie verhält (vgl. Leppin, 1977 b).

### 3. Messungen am eingelagerten Zylinder

Als ein vergleichsweise einfaches Modell einer langgestreckten Leitfähigkeitsanomalie wurde ein Graphitzylinder (Länge = 0,48 m; Radius  $a = 0,03$  m; Leitfähigkeit  $\sigma_1 = 1,4 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ ) mit horizontaler Achse quer zum induzierenden Magnetfeld in die elektrolytische Lösung eingelagert (Fig. 2). Die Zylinderachse befand sich in einer Tiefe von  $m = 0,13$  m.



**Fig. 3.** Feldellipsen des elektrischen Feldes bzw. des Induktionsstromes im Elektrolyten bei eingelagertem Zylinder für verschiedene Frequenzen des induzierenden Magnetfeldes, ausgedrückt durch die relative Eindringtiefe  $z_0/m$  ( $m$ =Tiefe der Zylinderachse). Vertikalschnitte durch die Zylinderachse. Der Zylindermantel ist gestrichelt mit eingezeichnet. Aus Symmetriegründen ist jeweils nur die rechte Hälfte des Troges dargestellt. Die Amplituden sind angegeben in relativen Einheiten, bezogen auf das ungestörte elektrische Feld im Koordinatenursprung (Mitte der Trogoberfläche). Die eingetragenen Radiusvektoren dienen dem Phasenvergleich. Sie kennzeichnen das elektrische Feld zum Zeitpunkt des Maximums des ungestörten Oberflächenfeldes

Wie die Modellversuche und Induktionsrechnungen verschiedener Autoren zeigen, kann ein leitfähiges Einbettungsmedium zu einer bedeutenden Verstärkung des im Zylinder induzierten anomalen Magnetfeldes führen. Gegen die Vorstellungen von Frischknecht (1973), Ward et al. (1974) und Rokityansky (1976), nach denen eine endlich lange, gut leitende Einlagerung die in der Umgebung induzierten Ströme gleichstromartig bündelt, spricht jedoch die Polarisierung des elektrischen Feldes in der Umgebung des Zylinders. Die gemessene Verteilung des elektrischen Feldes in der mittleren Vertikalebene  $x \equiv 0$  ist in Figur 3 dargestellt für die Frequenzen  $1,5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ ,  $5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ ,  $8 \cdot 10^4 \text{ Hz}$  und  $15 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ , entsprechend einem Wert des Induktionsparameters  $R_a = \sqrt{\sigma_1 \mu_0 \omega a}$  von 3,9; 7,1; 9,0 bzw. 12,3 und einer relativen Eindringtiefe  $z_0/m$  von 5,1; 2,8; 2,2 bzw. 1,6.

Im gesamten untersuchten Frequenzbereich ist das elektrische Feld und damit auch der Induktionsstrom fast überall elliptisch polarisiert. Von der Zylindermittte bei  $y=0$  ausgehend, wächst dabei die vertikale bzw. radiale Komponente des elektrischen Feldes mit zunehmender Annäherung an die Zylinderenden immer mehr an, bis die Feldellipsen kurz vor den Zylinderenden deutlich eine radiale Vorzugsrichtung besitzen. Ihre absoluten Größtwerte nehmen Feldstärke und Induktionsstrom jedoch erst vor den Stirnflächen des Zylinders, in der Höhe der Zylinderachse an. Lediglich unterhalb dieser Ebene sind Feld und Strom annähernd linear polarisiert.

Betrachtet man in einem vereinfachten Bild nur die Vorzugsrichtungen der Feldellipsen, so entsteht das Bild einer an den Stirnflächen der Einlagerung erhöhten Stromdichte, veranschaulicht etwa durch Stromlinien, die in den Zylinder hineingezogen werden. Aufgrund der ausgeprägten elliptischen Polarisierung des elektrischen Feldes im Elektrolyten drehen sich jedoch in Wirklichkeit die Feldvektoren während jeder Schwingungsperiode einmal im Raum, so daß im strengen Sinne von zeitlich und räumlich festen Stromlinien nicht mehr die Rede sein kann. Die Annahme großräumig angelegter, durch die leitfähige Einlagerung lokal gebündelter Stromsysteme, wie sie der Vorstellung von Quasi-Gleichströmen entspricht, kann in Grenzfällen eine brauchbare Näherung ergeben, die indes den tatsächlichen physikalischen Vorgängen in keinem Fall voll gerecht wird.

Am gleichen Modell des eingelagerten Zylinders wurden in einer weiteren Versuchsreihe die magneto-tellurischen Feldkomponenten an der Oberfläche des Elektrolyten vermessen. Die daraus nach der Cagniardschen Methode ermittelten scheinbaren spezifischen Widerstände auf einem Querprofil über den Zylinder sind in Figur 4 wiedergegeben; Figur 5 zeigt die entsprechenden Phasendifferenzen zwischen elektrischem und magnetischem Feld. Die Größen sind jeweils als Funktion der Frequenz und des relativen Horizontalabstandes von der Zylinderachse in Form von Isolinien dargestellt. Infolge der hohen Leitfähigkeit der Bodenplatte verkleinert sich der scheinbare spezifische Widerstand mit abnehmender Frequenz an allen Beobachtungsorten. Oberhalb des gleichermaßen gut leitenden Zylinders wölben sich die Isolinien zu höheren Frequenzen hin auf und erreichen einen Scheitelpunkt über der Zylinderachse. Im betrachteten Frequenzbereich erscheint der Zylinder in den Isolinien deshalb qualitativ ähnlich wie eine Erhebung der Bodenplatte. In den Isolinien der Phase bildet

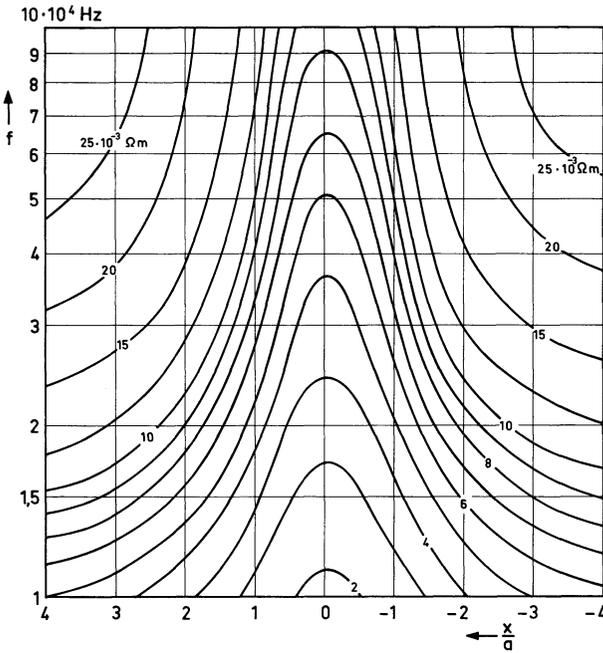


Fig. 4. Linien gleichen scheinbaren spezifischen Widerstandes für das Modell des leitenden horizontalen Zylinders in leitfähiger Umgebung bei transversalem induzierendem Magnetfeld ( $f$ =Frequenz)

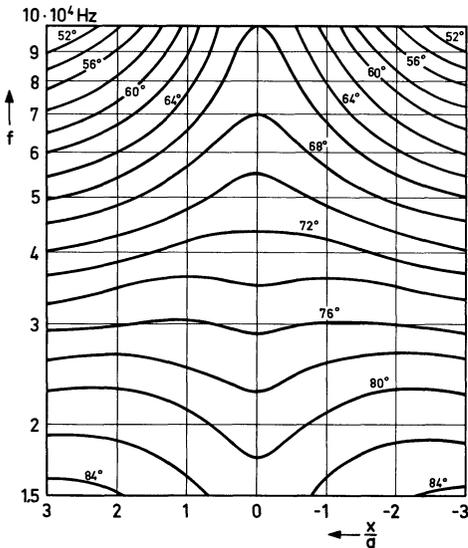
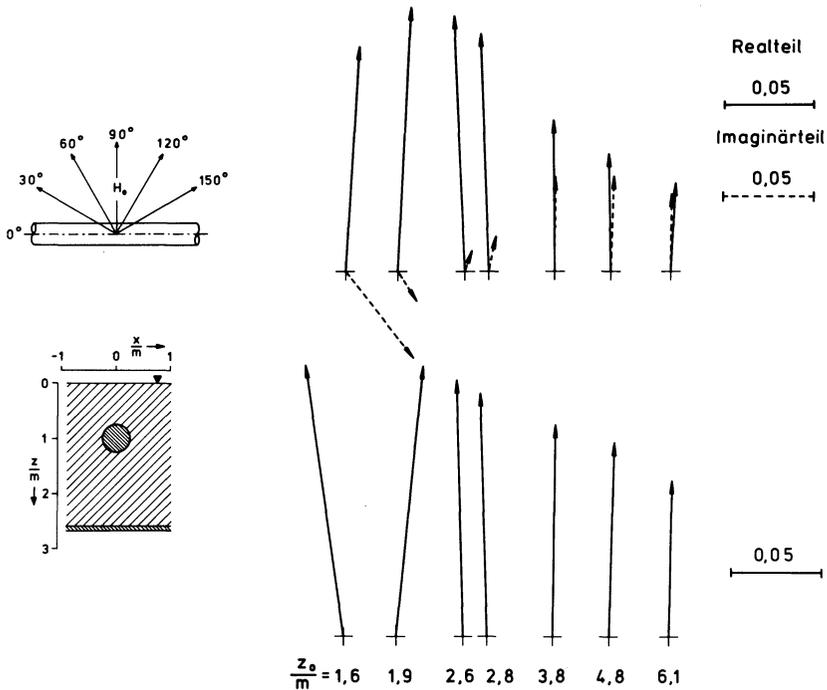


Fig. 5. Linien gleicher Phasendifferenz zwischen elektrischem und magnetischem Feld (sonst wie Fig. 4)



**Fig. 6.** Geomagnetische Induktionspfeile für das Modell des leitenden horizontalen Zylinders in leitfähiger Umgebung bei verschiedenen Frequenzen, entsprechend unterschiedlicher relativer Eindringtiefe  $z_0/m$  ( $m$  = Tiefe der Zylinderachse). Rechts oben eine getrennte Darstellung von Real- und Imaginärteil des komplexen Induktionspfeiles. Das Streichen der Modellanomalie ist in der Bildebene waagrecht, wie im Versuchsschema links oben angezeigt, zusammen mit den fünf Orientierungen des induzierenden Magnetfeldes, aus denen die Pfeile hergeleitet sind. Der Meßort an der Oberfläche des Elektrolyten ist in der Lageskizze links unten besonders gekennzeichnet

sich die Leitfähigkeitsanomalie ebenfalls ab. Für höhere Frequenzen als  $4 \cdot 10^4$  Hz wölben sie sich oberhalb des Zylinders auf, für niedrigere hingegen satteln sie sich ein. Die Isolinien der Phase können demnach möglicherweise als Interpretationshilfe dienen, um zwischen einem eingelagerten Störkörper und einer Schichtaufwölbung als Ursache einer Induktionsanomalie zu unterscheiden.

Erste Aussagen über die geographische Lage einer Leitfähigkeitsanomalie im Untergrund werden häufig aus der Richtung von geomagnetischen Induktionspfeilen (Wiese, 1965; Schmucker, 1970) gewonnen. Für einige geometrisch einfache Störkörper liegen ebenfalls bereits analytisch bzw. numerisch berechnete Induktionspfeile vor. Am Modell der Kugel in nichtleitender Umgebung untersucht Meyer (1968) die Ausrichtung geomagnetischer Induktionspfeile bei dreidimensionalen Störkörpern. Weidelt (1975) berechnet komplexe Induktionspfeile für einen leitenden Quader in leitfähiger Umgebung. Mit der vorhandenen Modellapparatur ist, wieder am Beispiel des eingelagerten Zylinders, insbesondere die Frequenzabhängigkeit des Induktionspfeiles bei langgestreckten Leitfähigkeitsanomalien nun auch experimentell untersucht worden.

Die in Figur 6 dargestellten Induktionspfeile sind aus dem magnetischen Gesamtfeld an einem Meßort in Zylindernähe ( $z=y=0$ ;  $x/m=0,8$ ) für fünf verschiedene Orientierungen des induzierenden Magnetfeldes abgeleitet (Winkel gegen die Zylinderachse =  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$ ). Die Streichrichtung der Modellanomalie liegt dabei in der Bildebene waagrecht. Im Bereich relativ großer elektromagnetischer Eindringtiefe  $z_0/m$ , entsprechend niedriger Frequenz, stehen die Pfeile nahezu senkrecht auf der Zylinderachse. Die Abweichungen im Bereich kleinerer Eindringtiefen gehen zurück auf eine apparativ bedingte Verringerung der Meßgenauigkeit bei Frequenzen oberhalb  $10^5$  Hz. Mit abnehmender Eindringtiefe vergrößert sich jedoch die Länge des geomagnetischen Induktionspfeiles sowie des Realteils des komplexen Induktionspfeiles. Ihr Größtwert wird in diesem Versuch bei einer Eindringtiefe von nahe dem Zweifachen der Tiefe der Zylinderachse erreicht. Ein unterschiedliches Verhalten zeigt lediglich der Imaginärteil des komplexen Induktionspfeiles, der sich mit abnehmender Eindringtiefe des elektromagnetischen Feldes zunächst verkürzt und dann sogar die Richtung wechselt. Der Befund deutet an, daß hinsichtlich der Lage und Ausrichtung einer Leitfähigkeitsanomalie der Realteil des komplexen Induktionspfeiles im allgemeinen aussagekräftiger ist als der Imaginärteil, der theoretisch wie experimentell noch weiterer Untersuchungen bedarf.

*Danksagung.* Unser besonderer Dank gilt Herrn Professor J. Meyer für sein stetes Interesse am Fortgang der Arbeit. Das Gesamtprojekt der Induktions-Modellversuche wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert.

## Literatur

- Boldt, B.: Vergleichende Modellversuche zu dem magneto-tellurischen Verfahren nach Cagniard und der magnetischen Tiefensondierung nach der Gradientenmethode. Diplomarbeit, Inst. Geophys., Freie Universität Berlin, 1977
- Dosso, H.W.: A plane-wave analogue model for studying electromagnetic variations. *Can. J. Phys.* **44**, 67–80, 1966
- Frischknecht, F.C.: Electromagnetic scale model study of geophysical methods using a plane wave source. Diss., University of Colorado, Dept. of Electrical Engineering, 1973
- Leppin, M.: Modellversuche zur erdmagnetischen und magneto-tellurischen Tiefensondierung mit Hilfe eines elektrolytischen Troges. *Geophys. Abh., Inst. Geophys., Freie Universität Berlin*, Heft 6, Berlin: Reimer-Verlag 1977 a
- Leppin, M.: Analogue model experiments for electromagnetic induction in three-dimensional conductors. *Acta Geodæt., Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung.* **12**, 319–326, 1977 b
- Meyer, J.: Über die Richtungsveränderlichkeit des geomagnetischen Induktionspfeiles bei endlicher Leitfähigkeit. *Z. Geophys.* **34**, 195–211, 1968
- Rokityansky, I.I.: Interpretation of electric conductivity anomalies (in Russian). *Geofiz. Sb. Akad. Nauk SSSR*, No. **58**, 1974
- Rokityansky, I.I., Kulik, S.N.: Effect of body length on the MVP anomalous field (in Russian). *Geofiz. Sb. Akad. Nauk Ukrainian SSSR*, No. **47**, 1972
- Rokityansky, I.I., Kulik, S.N., Shuman, V.N.: Theoretical fundamentals of magnetic variation profiling (MVP). In: *Geoelectric and Geothermal Studies*, KAPG Geophysical Monograph, A. Ádám, ed.: pp. 105–123. Budapest: Akadémiai Kiadó 1976
- Schmucker, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. *Bull. Scripps Inst. Oceanogr.* **13**, 1–165, 1970

- Steveling, E.: Erdmagnetische Tiefensondierung mit Variationen und Pulsationen im Einflußbereich der norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie. Diss., Math.-Nat. Fak., Univ. Göttingen 1973
- Ward, S.H., Ryu, J., Glenn, W.E., Hohmann, G.W., Dey, A., Smith, B.D.: Electromagnetic methods in conductive terranes. *Geoexploration* **12**, 121–183, 1974
- Weidelt, P.: Electromagnetic induction in three-dimensional structures. *J. Geophys.* **41**, 85–109, 1975
- Wiese, H.: Geomagnetische Tiefentellurik. Dt. Akad. Wiss. Berlin, Geomagn. Inst. Potsdam, Abh. Nr. 36, Berlin: Akademie-Verlag 1965

Eingegangen am 5. Dezember 1977 / Revidierte Fassung 17. April 1978