

Werk

Titel: Journal für die reine und angewandte Mathematik

Verlag: de Gruyter

Jahr: 1826

Kollektion: Mathematica

Werk Id: PPN243919689_0001

PURL: http://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?PID=PPN243919689_0001 | LOG_0041

Terms and Conditions

The Goettingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept the Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library.

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen
Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

seitigen Hyperbel, welche sich um ihre zweite Axe herumbewegt, beschrieben wird.

Es folgt daher umgekehrt der nachstehende Satz:

„Wird eine gleichseitige Hyperbel um ihre zweite Axe herumbewegt, so beschreibt sie eine einfache hyperbolische Fläche zweiten Grades, und die Scheitel der ersten Axe beschreiben einen in dieser Fläche liegenden Kreis. Jeder beliebige Kegel nun, dessen Scheitel in der Fläche liegt, und welcher durch den Kreis geht, ist so beschaffen, daß die Ebenen der diesem Kreise antiparallelen Kreisschnitte mit der genannten Drehaxe parallel sind, und daß also die Ebenen irgend zweier antiparallelen Kreisschnitte dieses Kegels zu einander senkrecht sind.“

Wenn oben statt der Ellipse eine Hyperbel, deren Halbaxen ebenfalls a, b seyn sollen, gegeben ist, so erhält man anstatt der Fläche (A) die folgende:

$$C) \quad a^2 b^2 z^2 (b^2 x^2 - a^2 y^2) + (b^4 x^2 + a^4 y^2) (b^2 x^2 - a^2 y^2) = a^2 b^2 (b^4 x^2 + a^4 y^2).$$

Jede der beiden Flächen (A) und (C) hat die Eigenschaft, daß sie durch Bewegung einer veränderlichen Curve zweiten Grades erzeugt wird, nemlich jede Ebene, welche durch die z Axe geht, schneidet die Fläche in einer solchen Curve.

33.

Allgemeine Entwicklung von $(x + \alpha)^n$.

(Von Herrn Dr. Burg.)

$$\begin{aligned} (x + \alpha)^n &= x^n + n\alpha(x + t_1)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \alpha A (x + t_1 + t_2)^{n-2} \\ &+ \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \alpha B (x + t_1 + t_2 + t_3)^{n-3} + \frac{n \dots (n-3)}{1 \dots 4} \alpha C (x + t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^{n-4} \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

Dabei haben die Coefficienten A, B, C , u. s. w. die Werthe:

$$A = (\alpha - 2t_1),$$

$$B = [\alpha^2 - 3\alpha(t_1 + t_2) + 3t_1(t_1 + 2t_2)],$$

$$C = [\alpha^3 - 4\alpha^2(t_1 + t_2 + t_3) + 6\alpha(t_1 + t_2)(t_1 + t_2 + 2t_3) - 4t_1(t_1^2 + 3t_1(t_2 + t_3) + 3t_2(t_2 + 2t_3))],$$

$$D = \left[\alpha^4 - 5\alpha^3(t_1 + t_2 + t_3 + t_4) + 10\alpha^2(t_1 + t_2 + t_3)(t_1 + t_2 + t_3 + 2t_4) \right. \\ - 10\alpha(t_1 + t_2)((t_1 + t_2)^2 + 3(t_1 + t_2)(t_3 + t_4) + 3t_3(t_3 + 2t_4)) \\ + 5t_1(t_1^3 + 4t_1^2(t_2 + t_3 + t_4) + 6t_1(t_2 + t_3)(t_2 + t_3 + 2t_4) \\ \left. + 4t_2(t_2^2 + 3t_2(t_3 + t_4) + 3t_3(t_3 + 2t_4))) \right],$$

u. s. w., wo t_1, t_2, t_3 u. s. w. ganz willkürliche Größen sind.

Eine aufmerksame Betrachtung giebt das Gesetz zu erkennen, nach welchem diese Coefficienten der Reihe nach gebildet sind, so daß ich dadurch ganz leicht für den folgenden Coefficienten erhalte:

$$E = \left[\alpha^5 - 6\alpha^4(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5) + 15\alpha^3(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + 2t_5) \right. \\ - 20\alpha^2(t_1 + t_2 + t_3)((t_1 + t_2 + t_3)^2 + 3(t_1 + t_2 + t_3)(t_4 + t_5) + 3t_4(t_4 + 2t_5)) \\ + 15\alpha(t_1 + t_2)((t_1 + t_2)^3 + 4(t_1 + t_2)^2(t_3 + t_4 + t_5) + 6(t_1 + t_2)(t_3 + t_4)(t_3 + t_4 + 2t_5) \\ + 4t_3(t_3^2 + 3t_3(t_4 + t_5) + 3t_4(t_4 + 2t_5))) - 6t_1[t_1^4 + 5t_1^3(t_2 + t_3 + t_4 + t_5) \\ + 10t_1^2(t_2 + t_3 + t_4)(t_2 + t_3 + t_4 + 2t_5) + 10t_1(t_2 + t_3)((t_2 + t_3)^2 + 3(t_2 + t_3)(t_4 + t_5) \\ + 3t_4(t_4 + 2t_5)) + 5t_2(t_2^3 + 4t_2^2(t_3 + t_4 + t_5) + 6t_2(t_3 + t_4)(t_3 + t_4 + 2t_5) \\ \left. + 4t_3(t_3^2 + 3t_3(t_4 + t_5) + 3t_4(t_4 + 2t_5))) \right].$$

Setzt man $t_1 = t_2 = t_3$ u. s. w. $= \beta$, so wird $A = (\alpha - 2\beta)^2$, $B = (\alpha - 3\beta)^2$, $C = (\alpha - 4\beta)^3$ u. s. w.; mithin

$$(x + \alpha)^n = x^n + n\alpha(x + \beta)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \alpha(\alpha - 2\beta)(x + 2\beta)^{n-2} \\ + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \alpha(\alpha - 3\beta)^2(x + 3\beta)^{n-3} \text{ u. s. w.,}$$

so daß diese von Herrn *Abel* im zweiten Hefte dieser Zeitschrift gegebene Entwicklung als ein specieller Fall aus der obigen Darstellung hervorgeht.